

giocando con la logica – un bel problema con soluzione

☒ Visto che la gente, con quel che accade, passa molto tempo sui social, qualche giorno fa mi è venuta l'idea di incominciare a pubblicare un po' di giochini di matematica. Pur se con scarso successo di pubblico, esistono in Italiano i 5 volumi della rubrica tenuta da Martin Gardner su Scientific American (Enigmi e giochi matematici Edizioni Sansoni) e ci sono poi i lavori di divulgazione scientifica pubblicati in URSS prima del 1987 dalle edizioni MIR.

Sollecitato dalla introduzione di Martin Gardner al suo secondo volume ho così conosciuto un'opera di giochi matematici semplici che ha avuto a suo tempo un enorme successo in Russia ed è stata poi tradotta in molti paesi (da noi sempre presso Sansoni Editore).

In una delle parti in cui è suddiviso il volume ho trovato una sezione dedicata ai giochi logici che, quando insegnavo matematica e fisica, mettevo al centro della fase introduttiva al corso di matematica, perché la logica non è, come si pensa, esclusivamente una virtù innata, anche se la natura ci mette del suo, ma una cosa che si può studiare e imparare a maneggiare.

Così nella giornata di ieri ho pubblicato su Facebook questo esercizio la cui soluzione costituisce una ottima occasione per insegnare come si struttura una soluzione in modo che risulti intelleggibile. Non ho usato Facebook per la soluzione perché mi servono dei margini di flessibilità nell'editor di cui non avrei potuto usufruire (in particolare nella gestione delle tabelle).

problema

Sei passeggeri dividono lo stesso scompartimento in un treno; sono partiti rispettivamente da Mosca, da Leningrado, da Tula, da Kiev, da Kharkov e da Odessa.

1. A e l'uomo proveniente da Mosca sono dottori;
2. E e l'uomo proveniente da Leningrado sono insegnanti;
3. C e l'uomo proveniente da Tula sono ingegneri;
4. B e F sono veterani della seconda guerra mondiale, ma l'uomo di Tula non è mai stato arruolato nelle forze armate;
5. l'uomo di Kharkov è più vecchio di A.
6. l'uomo di Odessa è più vecchio di C.
7. a Kiev scendono B e l'uomo di Mosca;
8. a Vinnitsa, scendono C e l'uomo di Kharkov.

Cercate di trovare l'identità di questi passeggeri, in modo che di ognuno si sappia l'iniziale, la professione e la città di provenienza; le condizioni date sono necessarie e sufficienti per risolvere il problema?

soluzione

In cominciamo con l'osservare che i passeggeri sono 6 (li indicheremo simbolicamente con A,B,C,D,E,F) e sono partiti da città diverse. Ci sono anche delle informazioni sulle professioni. Le professioni, che dovranno essere associate alle persone, sono parte integrante delle informazioni contenute negli 8 punti del testo e che corrispondono, in realtà, a 15 proposizioni elementari (2 in 1, 2 in 2, 2 in 3, 3 in 4, 1 in 5, 1 in 6, 2 in 7, 2 in 8). Per capirci nella 1 ci sono "A è un dottore" & "l'uomo proveniente da Mosca è un dottore".

Incominciamo a costruire una matrice a 2 dimensioni (sulle

colonne le persone e sulle righe le città di provenienza). In corrispondenza delle celle andremo a mettere dei falso (simbolo X) utilizzando tutte le informazioni che possiamo estrarre dalle 15 proposizioni elementari, per esempio dalla 1 sappiamo che A non proviene da Mosca e allora nella cella (Mosca,A) andremo a scrivere X1 mentre nella (Leningrado, A) scriveremo X1&2 perché l'uomo proveniente da Leningrado fa l'insegnante (2) mentre A è un dottore (1). Mettete anche le professioni che potete estrarre dalle proposizioni di partenza (per esempio dalla 1 A è un dottore e scriveremo dot1).

Si tratta del lavoro più delicato della soluzione e, arrivati a questo punto della lettura, vi invito a riempire da soli la vostra tabella confrontando poi con quello che ho messo qui sotto.

Provenienza/Passeggero	A dot1	B	C ing3	D	E ins2	F
Mosca	X1	X7	X7&8 X1&3		X1&2	
Leningrado	X1&2		X2&3		X2	
Tula	X1&3	X4	X3		X2&3	X4
Kiev						
Kharkov	X5	X7&8	X8			
Odessa			X6			

Osservate che la cella (Mosca,C) contiene ben due proposizioni composte che la portano a falso (ne vedremo le implicazioni alla fine). Arrivati a questo punto, guardando alla colonna C, potremo concludere che C viene da Kiev e potremo mettere una V in quella casella e delle X sulle rimanenti celle della riga di Kiev.

Provenienza/Passeggero	A dot1	B	C ing3	D	E ins2	F
Mosca	X1	X7	X7&8 X1&3		X1&2	
Leningrado	X1&2		X2&3		X2	
Tula	X1&3	X4	X3		X2&3	X4

Kiev	X	X	V	X	X	X
Kharkov	X5	X7&8	X8			
Odessa			X6			

Se andiamo sulla colonna A possiamo concludere che A viene da Odessa e procediamo come prima.

Provenienza/Passeggero	A dot1	B	C ing3	D	E ins2	F
Mosca	X1	X7	X7&8 X1&3		X1&2	
Leningrado	X1&2		X2&3		X2	
Tula	X1&3	X4	X3		X2&3	X4
Kiev	X	X	V	X	X	X
Kharkov	X5	X7&8	X8			
Odessa	V	X	X6	X	X	X

Adesso possiamo concludere su E che viene da Karkhov, B da Leningrado; così via, F viene da Mosca e infine D (che non era stato sfiorato direttamente da alcuna proposizione) viene da Tula sino ad ottenere il seguente risultato; quando le celle rosse sono 6 possiamo anche completare le altre associazioni di professione che si riferivano alle città di provenienza.

Provenienza/Passeggero	A dot1	B ins2	C ing3	D ing3	E ins2	F dot1
Mosca	X1	X7	X7&8 X1&3	X	X1&2	V
Leningrado	X1&2	V	X2&3	X	X2	X
Tula	X1&3	X4	X3	V	X2&3	X4
Kiev	X	X	V	X	X	X
Kharkov	X5	X7&8	X8	X	V	X
Odessa	V	X	X6	X	X	X

Abbiamo finito ed è il momento delle conclusioni:

- la presenza su (Mosca,C) di due elementi distinti di falsificazione ci dice che *le informazioni fornite erano*

ridondanti e dunque non si tratta di *informazioni necessarie e sufficienti* ma *solo sufficienti*.

- se nel procedere si fossero formate delle colonne con sole X voleva dire che tra le informazioni c'erano delle incompatibilità e dunque il problema non aveva soluzioni
 - se infine fossero rimaste vuote più di una casella c'erano due possibilità: a) il problema era sottodimensionato, cioè le informazioni date non erano sufficienti b) ci era sfuggita la registrazione di qualche informazione data.
-

un'altra proposta

Se quanto abbiamo visto vi è piaciuto vi propongo il problema di Kordemsky successivo a quello del treno.

Un fante, un aviatore, un carrista, un artigliere, un cavalleggero, un mortaista, un guastatore e un addetto alle comunicazioni partecipanti al torneo di scacchi dell'esercito sovietico, avevano i gradi (non necessariamente in ordine) di colonnello, maggiore, capitano, luogotenente, sergente maggiore, sergente, caporale e soldato semplice. Cercate di dare a ognuno il suo grado, sapendo che:

1. nel primo round il colonnello giocò con il cavalleggero;
2. l'aviatore arrivò appena in tempo per il secondo round;
3. nel secondo round il fante giocò con il caporale;
4. sempre nel secondo round, il maggiore giocò con il sergente maggiore;
5. dopo il secondo round il capitano si allontanò, e fu l'unico che abbandonò il torneo;
6. il sergente perse il terzo round perché stava poco bene;
7. il carrista perse il quarto round perché stava poco bene;
8. il maggiore perse il quinto round perché stava poco bene;
9. nel terzo round il luogotenente vinse il fante;
10. nel terzo round l'artigliere vinse il colonnello;

11. nel quarto round il guastatore batté il luogotenente;
12. nel quarto round il sergente maggiore vinse il colonnello;
13. prima dell'ultimo round il cavalleggero e il mortaista finirono una partita sospesa al sesto round.