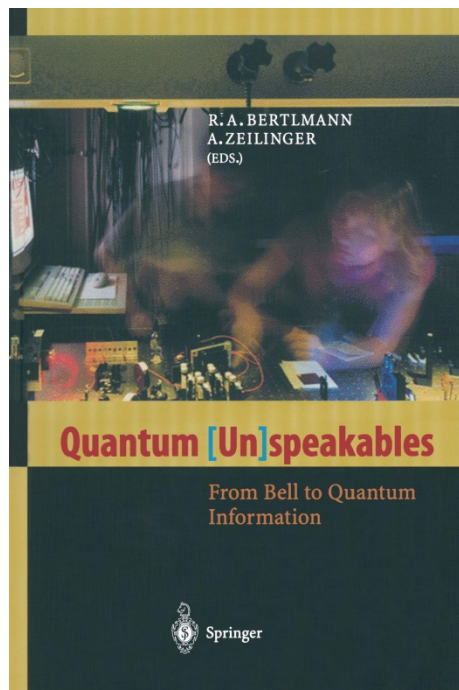


Il teorema di Bell : la visione ingenua di un fisico sperimentale

Alain Aspect

Institut d'Optique Théorique et Appliquée
Bâtiment 503-Centre universitaire d'Orsay
91403 ORSAY Cedex – France
alain.aspect@iota.u-psud.fr

1. Introduzione



È una vera emozione partecipare a questo convegno in commemorazione di John Bell. Lo incontrai la prima volta nel 1975, pochi mesi dopo aver letto il suo famoso articolo [1]. Ero stato così fortemente impressionato da questo articolo, che avevo subito deciso di fare la mia « tesi di stato »² su questo affascinante problema anche se a quel tempo, in Francia, il lavoro poteva essere davvero lungo.


Volevo assolutamente realizzare un esperimento « *in cui le impostazioni dell'esperimento venissero modificate durante il volo delle particelle* », come lui suggeriva nel suo articolo, e avevo convinto un giovane professore dell'Institut d'Optique, Christian Imbert, a sostenere il mio progetto e a fungere da relatore per la mia tesi. Ma lui mi aveva consigliato in primo luogo di andare a Ginevra e di discutere la mia proposta con John Bell.

Ho preso immediatamente un appuntamento e mi sono presentato nell'ufficio di John al CERN, rimanendone molto impressionato. Mentre spiegavo l'esperimento che avevo in mente, lui ascoltava in silenzio. Alla fine ho smesso di parlare ed è arrivata la sua prima domanda: “*Hai un posto di ruolo?*”

Dopo la mia risposta affermativa, ha iniziato a parlare di fisica, e sicuramente mi ha incoraggiato, chiarendo che avrebbe preso in considerazione la messa in opera di analizzatori a configurazione variabile il che avrebbe comportato un miglioramento fondamentale.

Al di là del suo celebre senso dell'umorismo, la sua risposta mi ricorda l'atmosfera generale dell'epoca in cui si sollevavano interrogativi sulla questione fondamentali della meccanica quantistica. Molto spesso si trattava di aperta ostilità, e nella migliore delle ipotesi si suscitava una reazione ironica: “*La Meccanica Quantistica è stata il risultato del grande lavoro dei teorici e degli sperimentali più intelligenti, come puoi sperare di trovare qualcosa con uno schema così semplice, operando in ottica, una scienza del XIX secolo?*”

Oltre ad avviare l'esperimento, dovevo anche sviluppare una linea argomentativa, cercare di convincere i fisici che incontravo (e tra questi alcuni hanno dovuto dare la loro opinione in merito alla ipotesi di finanziare il mio progetto). Dopo alcuni tentativi di suppliche abbastanza elaborate, non molto riusciti, scoprii che era molto più produttivo spiegare in modo semplice ed *ingenuo* come io avevo inteso il teorema di Bell.

 Questo testo è stato preparato per un intervento a una conferenza in memoria di John Bell, tenutasi a Vienna nel dicembre 2000. E' stato pubblicato in “Quantum [Un]speakables – From Bell to Quantum information”, edited by R. A. Bertlmann and A. Zeilinger, Springer (2002). Nel 2014, in occasione del 50° anniversario dell'articolo di Bell si è tenuto a Vienna un secondo convegno dedicato a John Bell e i cui atti sono stati pubblicati con il titolo “Quantum [Un]speakables II – half e century from Bell's Theorem”, Springer (2017).

² Si tratta di un livello superiore al dottorato e che apre la strada alla carriera universitaria quello che in Italia era la *libera docenza* (ndt)

E con mia grande sorpresa quella presentazione semplice si rivelò molto convincente anche con gli interlocutori più ferrati sul versante teorico.

E' stato essenziale aver avuto la fortuna di poterlo presentare davanti allo stesso John Bell che, a quanto pare, lo apprezzò. Spiegherò quindi ora come intendevo il teorema di Bell venticinque anni fa, e spero di riuscire a comunicare lo shock che ho ricevuto, uno shock così forte che poi ho trascorso otto anni della mia vita lavorando su questo problema.

Questa trascrizione scritta della mia presentazione è in parte basata su un articolo che ho pubblicato vent'anni fa tra gli atti di un convegno, non così facile da reperire al giorno d'oggi [2].

La prima parte dell'articolo mira a spiegare cosa sono il teorema di Bell e le disuguaglianze di Bell e perché le trovo così importanti. Segue una rapida rassegna dei *test sperimentali di prima generazione delle disuguaglianze di Bell con coppie di fotoni entangled*, effettuato tra il 1971 e il 1976. Sono lieto che la maggior parte degli eroi di questa prima fase di semina siano presenti a questo incontro.

Fornirò poi una descrizione più dettagliata dei tre esperimenti di seconda generazione, che abbiamo eseguito all'Institut d'Optique d'Orsay tra il 1976 e il 1982, con una sorgente notevolmente migliorata di coppie di fotoni entangled, utilizzando una cascata radiativa a due fotoni usando una eccitazione laser non lineare.³ L'ultima parte dà un panoramica degli esperimenti di terza generazione, sviluppati a partire dalla fine degli anni '80, effettuati con coppie di fotoni entangled prodotti in una conversione down parametrica non lineare. Questi esperimenti possono colmare la maggior parte delle problematiche lasciate aperte negli esperimenti di seconda generazione.

Mi sto concentrando deliberatamente sugli esperimenti di ottica, dal momento che essi sono attualmente le più convincenti e le più vicine al *Gedanken-Experiment* ideale, ma il lettore interessato dovrebbe essere consapevole che, in altri domini della fisica, esistono altri sistemi che possono offrire la possibilità di effettuare esperimenti convincenti.

Nella prima parte di questa presentazione (§ da 2 a 6), vedremo che le disuguaglianze di Bell forniscono un criterio quantitativo per testare le *ragionevoli teorie dei parametri supplementari*⁴ della MQ. Seguendo Bell, spiegherò innanzitutto le motivazioni che portano a prendere in esame le teorie a variabili nascoste: l'argomentazione è basata su un'analisi del famoso *esperimento mentale* di Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) [3]. Introducendo una ragionevole *condizione di località*, deriveremo il teorema di Bell, il quale afferma:

- che le *teorie a variabili nascoste locali* sono vincolate dalle disuguaglianze di Bell;
- che alcune previsioni della Meccanica Quantistica violano le disuguaglianze di Bell, e quindi che la Meccanica Quantistica è incompatibile con teorie a variabili nascoste locali

Sottolineeremo poi che un presupposto fondamentale per questo conflitto è quello della località. E lo mostriamo in una versione più sofisticata dell'esperimento mentale E.P.R. (“esperimento di *timing*”), mostrando che la Condizione di Località può essere considerata una *conseguenza della causalità di Einstein*, che vieta interazioni più veloci della luce.

³ La possibilità di disporre di una sorgente intensa di fotoni correlati è stata in quei tempi l'elemento fondamentale. Leggendo l'articolo lo si comprende appieno. Per ragioni legate alla configurazione elettronica (due elettroni di valenza) il calcio è stato l'elemento fondamentale; ma la possibilità di produrre dai vapori di calcio una cascata radiativa è stato tutt'altro che semplice. In primo luogo il processo di eccitazione dal livello finale a quello iniziale non è possibile direttamente e dunque bisogna andare ad un livello leggermente più alto da cui il calcio passa allo stato iniziale richiesto con emissione di un fotone nell'infrarosso. Dopo di che avviene il decadimento richiesto, ma quello che produce la coppia entangled è solo uno degli 8 possibili schemi di decadimento e bisogna schermare tutto ciò che non interessa. Si tenga presente infine che alla fine degli anni 70 la tecnologia laser necessaria per la fase di eccitazione non era così ben controllabile come oggi. Il racconto del superamento delle difficoltà e dei progressivi miglioramenti è una delle parti più interessanti dell'intero articolo. (ndt)

⁴ Più conosciute in italiano come *teorie a variabili nascoste*. Nel seguito, per adeguarsi alla terminologia italiana che non usa questa terminologia si tradurrà “*teorie con parametri supplementari*” in “*teorie a variabili nascoste*” anche se Aspect nella titolazione e nel testo sembra preferire la prima delle due terminologie (ndt)

Lo scopo di questa prima parte è convincere il lettore che il formalismo che porta alle disuguaglianze di Bell è molto generale e ragionevole. Ciò che sorprende è che un simile *formalismo ragionevole* risulti essere in conflitto con la Meccanica Quantistica. In effetti, le situazioni in cui si evidenziano tali conflitti sono molto rare e l'Optica Quantistica è il campo in cui sono state svolte le esperienze più significative di evidenziazione di tale conflitto (§ da 7 a 11).

2. Perché si introducono le variabili nascoste? L'esperimento mentale di Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm

2.1. Lo schema sperimentale

Consideriamo la variante ottica della versione di Bohm [4] dell'esperimento mentale EPR (Fig. 1). Una sorgente S emette coppie di fotoni di frequenza diversa ν_1 e ν_2 che si propagano in versi opposti lungo l'asse z. Supponiamo che l'aspetto di polarizzazione del vettore di stato che descrive la coppia sia: 5

$$|\Psi(\nu_1, \nu_2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |x,x\rangle + |y,y\rangle \} \quad (1)$$

Dove $|x\rangle$ e $|y\rangle$ rappresentano gli stati di polarizzazione lineare. Questo stato presenta una particolarità notevole: non può essere fattorizzato nel prodotto di due stati associati a ciascuno fotone. In particolare non è possibile associare ad ogni fotone una particolare polarizzazione. Uno stato del genere che descrive un sistema costituito da oggetti diversi ma che può solo essere pensato come un tutto si dice *stato entangled*.

Eseguiamo ora delle misure di polarizzazione lineare sui due fotoni utilizzando gli analizzatori I e II. L'analizzatore I, orientato come \mathbf{a} , è seguito da due rivelatori che possono dare risultato + o - a seconda che il fotone risulti polarizzato parallelamente o perpendicolarmente ad \mathbf{a} . L'analizzatore II orientato come \mathbf{b} agisce in maniera analoga.6

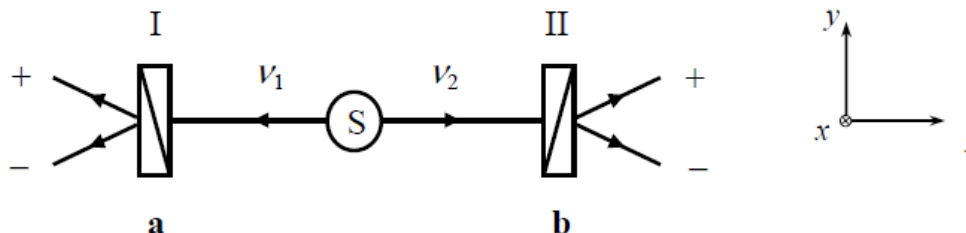


Figure 1. Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment con i fotoni. I due fotoni ν_1 e ν_2 emessi nello stato $|\Psi(\nu_1, \nu_2)\rangle$ di equazione (1) vengono analizzati tramite i polarizzatori lineari orientati come \mathbf{a} e \mathbf{b} . È possibile misurare la probabilità di una rivelazione singola o congiunta nei canali di uscita dei polarizzatori

È semplice dedurre le previsioni della MQ per queste misure di polarizzazione eseguite singolarmente o in coincidenza. Consideriamo dapprima le singole probabilità $P_{\pm}(\mathbf{a})$ di ottenere il risultato \pm per il fotone ν_1 e analogamente le singole probabilità $P_{\pm}(\mathbf{b})$ di ottenere il risultato \pm per il fotone ν_2 .

La MQ prevede che sia:

$$P_+(\mathbf{a}) = P_-(\mathbf{a}) = 1/2$$

5 Per la descrizione del processo che porta alla produzione di questo stato entangled ragionando sulla conservazione del momento angolare e della parità nonché sul fatto che la elicità dei fotoni, legata allo spin, si traduce in polarizzazione consiglio di leggere [Quantum entanglement of optical photons: the first experiment, 1964–67](#) di Carl A. Kocher Quantum Foundry, University of California, Santa Barbara, Santa Barbara, CA, United States. Nello stesso articolo potete trovare i riferimenti all'utilizzo delle sorgenti laser allora disponibili (ndt)

6 C'è una corrispondenza biunivoca con l'esperimento mentale alla Bohm relativo a coppie di particelle di spin $1/2$ che si trovino nello stato detto di singoletto analizzate attraverso una coppia di filtri alla Stern & Gerlach orientabili.

$$\text{M.Q. (2)}$$

$$P_+(\mathbf{b}) = P_-(\mathbf{b}) = 1/2$$

Tali risultati sono in accordo con il fatto che non si possa assegnare una particolare polarizzazione ad ogni fotone e dunque che la misura dia un risultato di tipo casuale.

Consideriamo ora le probabilità $P_{\pm\pm}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ di una rivelazione congiunta di v_1 e v_2 nei canali + o - dei polarizzatori I o II con le orientazioni \mathbf{a} e \mathbf{b} . La MQ prevede che: 7

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b}) = P_{--}(\mathbf{a},\mathbf{b}) = 1/2 \cos^2(\mathbf{a},\mathbf{b}) \\ P_{+-}(\mathbf{a},\mathbf{b}) = P_{-+}(\mathbf{a},\mathbf{b}) = 1/2 \sin^2(\mathbf{a},\mathbf{b}) \end{array} \right. \quad \text{M.Q. (3)}$$

Vedremo ora che queste previsioni della MQ hanno conseguenze di vasta portata.

2.2. Le correlazioni

Consideriamo dapprima la situazione particolare in cui $(\mathbf{a},\mathbf{b}) = 0$ cioè in cui i polarizzatori sono paralleli. Le previsioni della MQ per le probabilità congiunte (in base alla equazione 3) sono:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{++}(\mathbf{a},\mathbf{a}) = P_{--}(\mathbf{a},\mathbf{a}) = 1/2 \\ P_{+-}(\mathbf{a},\mathbf{a}) = P_{-+}(\mathbf{a},\mathbf{a}) = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

Sulla base di questo risultato, e tenuto conto della (2), possiamo concludere che quando il fotone v_1 si trova nel canale + del polarizzatore I, v_2 si trova con assoluta certezza nel canale + di II (e accade la stessa cosa per i canali -). Dunque nel caso di polarizzatori paralleli esiste una correlazione perfetta tra i risultati singolarmente casuali nelle misure di polarizzazione dei due fotoni v_1 e v_2 .

Un modo conveniente per valutare il grado di correlazione tra grandezze casuali consiste nel calcolare il coefficiente di correlazione. Per le misure di polarizzazione considerate qui sopra esso è dato da:

$$E(\mathbf{a},\mathbf{b}) = P_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b}) + P_{--}(\mathbf{a},\mathbf{b}) - P_{+-}(\mathbf{a},\mathbf{b}) - P_{-+}(\mathbf{a},\mathbf{b}) \quad (5)$$

Usando quanto previsto dalla MQ (3) troviamo che il coefficiente di correlazione vale:

$$E_{\text{MQ}}(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \cos 2(\mathbf{a},\mathbf{b}) \quad (6)$$

Nel caso particolare di polarizzatori paralleli ($(\mathbf{a},\mathbf{b})=0$), si trova $E_{\text{MQ}}(0) = 1$; il che conferma che in quel caso la correlazione è totale.

In conclusione il formalismo della MQ afferma che, sebbene ogni misura singola dia dei risultati casuali, questi risultati sono correlati come prevede la espressione (6). Nel caso di polarizzatori orientati parallelamente o perpendicolarmente la correlazione è totale ($E_{\text{MQ}} = 1$).

2.3. Le difficoltà di una rappresentazione derivata dal formalismo della MQ

Da *fisico ingenuo*, mi piace porre la questione di trovare un'immagine semplice che consenta di comprendere queste correlazioni forti. Il modo più naturale per trovare una tale immagine può essere quello di eseguire i *calcoli quantomeccanici* che portano a (3).

In effetti, ci sono diversi modi per eseguire questo calcolo. Uno molto diretto consiste nel proiettare il vettore di stato (1) sull'autovettore corrispondente al risultato in questione. Questo dà immediatamente le probabilità congiunte (3). Tuttavia, poiché questo calcolo riguarda i vettori di stato che descrivono globalmente i due fotoni, non so come costruire una rappresentazione nel nostro spazio ordinario.

7 Per la dimostrazione e anche per le successive è possibile consultare il testo di fisica generale di Claudio Cereda al [capitolo_0606_la_meccanica_quantistica_II_parte](#) (ndt)

Per superare questa difficoltà e identificare separatamente le due misurazioni che avvengono ad entrambe le estremità dell'esperimento, possiamo spezzare la misurazione congiunta in due fasi.

Supponiamo ad esempio che la misura sul fotone v_1 abbia luogo per prima e dia il risultato $+$, con il polarizzatore I nell'orientamento \mathbf{a} .

Il risultato $+$ (associato allo stato di polarizzazione $|\mathbf{a}\rangle$) ha una probabilità pari a $1/2$. Per procedere con il calcolo dobbiamo utilizzare il postulato di riduzione del vettore di stato, il quale afferma che dopo questa misurazione, il nuovo il vettore di stato $|\Psi'(v_1, v_2)\rangle$ che descrive la coppia ottenuta mediante proiezione dello stato iniziale del vettore $|\Psi(v_1, v_2)\rangle$ (equazione 1) sull'auto spazio associato al risultato $+$: questo autospa-zio bidimensionale ha come basi $\{|\mathbf{a}, x\rangle, |\mathbf{a}, y\rangle\}$. Utilizzando il proiettore corrispondente, dopo un po' di conti, troverete che:

$$|\Psi'(v_1, v_2)\rangle = |\mathbf{a}, \mathbf{a}\rangle \quad (7)$$

E ciò significa che, immediatamente dopo la prima misura, il fotone v_1 prende la polarizzazione $|\mathbf{a}\rangle$; tutto ciò è ovvio perché è stato misurato con un polarizzatore orientato secondo \mathbf{a} e si è trovato il risultato $+$.

Ma, in maniera del tutto sorprendente, il fotone distante v_2 che non ha interagito con alcun polarizzatore, è stato anch'esso proiettato nello stato $|\mathbf{a}\rangle$ con una ben definita polarizzazione parallela a quella trovata per il fotone v_1 .

Questa conclusione sorprendente, tuttavia, porta al risultato finale corretto (3), perché una applicazione diretta della legge di Malus mostra che una successiva misura eseguita su v_2 con direzione \mathbf{b} porta a

$$P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 1/2 \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (8)$$

Quindi il calcolo eseguito in due step porta allo stesso risultato del calcolo diretto ma, in aggiunta, suggerisce una rappresentazione per la misura in due passi:

- i. Il fotone v_1 che prima della misurazione non aveva una polarizzazione definita, assume quella associata al risultato ottenuto; tutto ciò non ha nulla di sorprendente;
- ii. Dopo che la misurazione su v_1 è stata fatta, il fotone v_2 , che non aveva una ben definita polarizzazione prima di questa misurazione, viene proiettato in uno stato di polarizzazione parallelo al risultato della misurazione su v_1 . Ciò è molto sorprendente, perché questo cambiamento nella descrizione di v_2 avviene istantaneamente, qualunque sia la distanza tra v_1 e v_2 al momento della prima misurazione.

Un tale immagine sembra in contraddizione con la relatività. Secondo Einstein, quel che succede in una data regione dello spazio-tempo non può essere influenzata da un evento che accade in una regione di spazio-tempo separata da un *intervallo di tipo spazio*.⁸ Non è quindi irragionevole tentare di trovare immagini più accettabili per «comprendere» le correlazioni EPR. Questo è il quadro che ci apprestiamo a considerare.

2.4. Le variabili nascoste

Correlazioni tra misurazioni su due sistemi distanti separati che avevano interagito in precedenza sono comuni nel dominio della fisica classica. Ad esempio, se un oggetto meccanico con quantità di moto o momento angolare $\mathbf{9}$ nullo viene diviso in due parti per effetto di una interazione interna, i momenti lineari (o angolari) delle due parti separate rimangono uguali e opposti anche nel caso di una successiva evoluzione libera.

Nel caso generale in cui ogni frammento non è sottoposto ad altre interazioni, i due momenti rimangono correlati poiché in ogni istante sono determinati dai loro valori iniziali, che avevano una somma perfettamente definita.

⁸ In teoria della relatività un *intervallo di tipo spazio tra due eventi* è un intervallo per il quale $\Delta x > c \Delta t$ cioè un intervallo per il quale la distanza spaziale è maggiore della distanza che un raggio di luce potrebbe percorrere nell'intervallo temporale considerato e dunque i due eventi non possono essere interessati da un nesso causale (ndt)

⁹ Nella terminologia anglosassone la quantità di moto è chiamata momento lineare (ndt)

A questo punto si sarebbe tentati di utilizzare questo quadro classico per rendere conto delle correlazioni EPR in termini di proprietà comuni dei due sistemi.

Consideriamo ancora la perfetta correlazione delle misure di polarizzazione nel caso di polarizzatori paralleli per i quali $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0$.

Quando troviamo + per il fotone v_1 , siamo sicuri di trovare ancora + per v_2 . Siamo quindi portati ad ammettere che ci sia qualche proprietà (Einstein avrebbe detto «*un elemento di realtà fisica*») che riguarda la particolare coppia e che determina il risultato ++.

Per un'altra coppia, quando i risultati sono --, si può similmente invocare una proprietà comune, che determini il risultato --. Ma allora è sufficiente ammettere che metà delle coppie siano emesse con la proprietà ++, e metà con la proprietà --, per riprodurre tutti i risultati della misurazione in questa configurazione.

Si noti tuttavia che tale proprietà, la diversità tra una coppia e l'altra, non viene presa in considerazione dal vettore di stato della MQ $|\Psi(v_1, v_2)\rangle$ che è lo stesso per tutte le coppie. Per questa ragione possiamo concludere con Einstein che *la Meccanica Quantistica non sia completa*. Ed è per questo che tali proprietà aggiuntive sono chiamate «*parametri supplementari*» o «*variabili nascoste*». » 10

In conclusione, sembra possibile «*spiegare*» le correlazioni EPR in questo quadro dall'aspetto classico attraverso la introduzione di parametri supplementari che differiscono da una coppia all'altra. Si può sperare di recuperare le previsioni statistiche della meccanica quantistica facendo la media sui parametri supplementari e sembra che questo fosse anche il punto di vista Einstein. [5 6 7]

Si noti che in questa fase del ragionamento non è possibile discriminare su questa posizione che non contraddice la meccanica quantistica: non esiste alcun problema logico nell'accettare pienamente le previsioni della meccanica quantistica ed invocare la esistenza di variabili nascoste in grado di fornire un valore accettabile per le correlazioni EPR. Ciò equivale a considerare la Meccanica Quantistica come una descrizione di tipo Meccanico Statistico del livello più profondo della realtà.

3. Le diseguaglianze di Bell

3.1. Il formalismo

Tre decenni dopo l'articolo EPR, Bell tradusse in linguaggio matematico le conseguenze di quella discussione ed introdusse esplicitamente le variabili nascoste indicandole con λ . La loro distribuzione di probabilità sull'insieme di coppie emesse venne indicata con $\rho(\lambda)$ con le due condizioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(\lambda) \geq 0 \\ \int \rho(\lambda) d\lambda = 1 \end{array} \right. \quad (9)$$

Per una data coppia di fotoni caratterizzata dalla variabile nascosta λ , il risultato delle misure è fornito dalle funzioni a due valori:

$$\left\{ \begin{array}{l} A(\lambda, \mathbf{a}) = \pm 1 \text{ con l'analizzatore I orientato secondo } \mathbf{a} \\ B(\lambda, \mathbf{b}) = \pm 1 \text{ con l'analizzatore II orientato secondo } \mathbf{b} \end{array} \right. \quad (10)$$

La teoria delle variabili nascoste è completamente definita una volta che venga fornita la forma esplicita delle tre funzioni $\rho(\lambda)$, $A(\lambda, \mathbf{a})$, $B(\lambda, \mathbf{b})$.

10 Einstein in realtà non parla di «*variabili nascoste*» o di «*parametri supplementari*», parla piuttosto di «*elementi di realtà fisica*». Per questa ragione molti autori parlano di «*teorie realiste*» invece che di «*teorie a variabili nascoste*», o di «*teorie con parametri supplementari*».

Infatti è semplice esprimere le probabilità dei risultati delle diverse misure. Per esempio, osservato che la funzione $\frac{1}{2} [A(\lambda, \mathbf{a})+1]$ assume il valore +1 in caso di risultato + e 0 nell'altro caso e che, allo stesso modo, $\frac{1}{2} [1-B(\lambda, \mathbf{b})]$ assume valore +1 in caso di risultato sfavorevole -, e 0 nel caso opposto, possiamo scrivere che:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_+(\mathbf{a}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \frac{1}{2} [A(\lambda, \mathbf{a})+1] \\ P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) \frac{1}{2} [A(\lambda, \mathbf{a})+1] \frac{1}{2} [1-B(\lambda, \mathbf{b})] \end{array} \right. \quad (11)$$

E, allo stesso modo, la funzione di correlazione assume la forma semplice:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\lambda, \mathbf{a}) B(\lambda, \mathbf{b}) \quad (12)$$

3.2. un esempio (ingenuo) di teoria a variabili nascoste

Come esempio di teoria a variabili nascoste presentiamo un modello in cui si suppone che ogni fotone che si propaga lungo l'asse z abbia una polarizzazione lineare ben definita determinata dagli angoli λ_1 e λ_2 rispetto all'asse x. In accordo con la correlazione forte che caratterizza i due fotoni di una medesima coppia ipotizziamo che essi possiedano la stessa polarizzazione e siano caratterizzati da un angolo λ comune (figura 2).

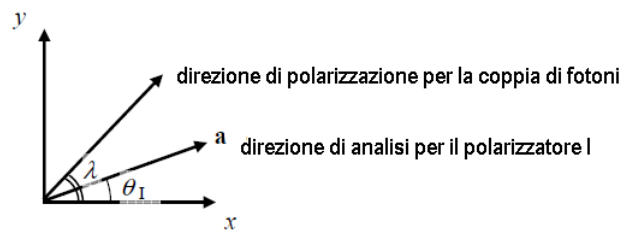


Figura 2 (l'esempio ingenuo): ogni coppia di fotoni ha una propria direzione di polarizzazione definita da λ che è la variabile nascosta del nostro modello. Il polarizzatore I esegue misure di polarizzazione secondo la direzione \mathbf{a} che forma un angolo θ con l'asse x

La polarizzazione delle diverse coppie sarà distribuita in maniera casuale e quindi la distribuzione di probabilità $\rho(\lambda)$ dovrà essere invariante per rotazioni il che comporta:

$$\rho(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \quad (13)$$

Per completare il nostro modello bisogna fornire la espressione esplicita per le due funzioni $A(\lambda, \mathbf{a})$ e $B(\lambda, \mathbf{b})$ per le quali si avrà:

$$\left\{ \begin{array}{l} A(\lambda, \mathbf{a}) = \text{sign}\{\cos 2(\theta_I - \lambda)\} \\ B(\lambda, \mathbf{b}) = \text{sign}\{\cos 2(\theta_{II} - \lambda)\} \end{array} \right. \quad (14)$$

Dove i due angoli θ_I e θ_{II} indicano le direzioni dei due polarizzatori. Si osservi che le relazioni indicate sono del tutto ragionevoli : $A(\lambda, \mathbf{a})$ assume il valore +1 quando la polarizzazione di \mathbf{v}_1 forma un angolo minore di $\pi/4$ con la direzione \mathbf{a} del polarizzatore e -1 nel caso complementare (polarizzazione prossima alla perpendicolare ad \mathbf{a}).

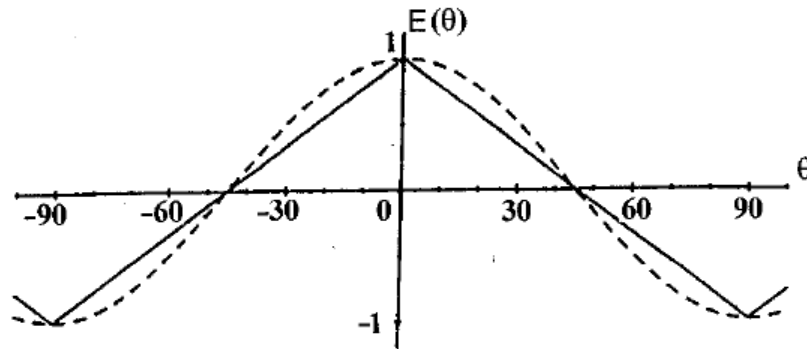


Figura 3: andamento del coefficiente di polarizzazione in funzione dell'orientamento relativo dei polarizzatori: (i) linea tratteggiata previsioni della MQ (ii) linea continua previsione del modello ingenuo

Dopo aver esplicitato il modello possiamo usare l'equazione (11) per trovare le probabilità delle diverse misure.

Per esempio per i casi singoli troviamo:

$$P_+(\mathbf{a}) = P_-(\mathbf{a}) = P_+(\mathbf{b}) = P_-(\mathbf{b}) = 1/2 \quad (15)$$

cioè lo stesso valore della MQ. Il modello ci consente inoltre di calcolare le probabilità congiunte, e dunque anche la funzione di correlazione; usando la (12) otteniamo:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 1 - 4 \frac{|\theta_1 - \theta_2|}{\pi} = 1 - 4 \frac{|(\mathbf{a}, \mathbf{b})|}{\pi} \quad \text{con } -\frac{\pi}{2} \leq \theta_1 - \theta_2 \leq \frac{\pi}{2} \quad (16)$$

Questo è un risultato notevole.

Notiamo innanzitutto che $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ dipende solo dall'angolo relativo (\mathbf{a}, \mathbf{b}) , come previsto dalla Meccanica Quantistica (6). Inoltre, come mostrato nella figura 3, le differenze tra le previsioni del modello a variabili nascoste e le previsioni della meccanica quantistica sono abbastanza piccole e l'accordo è completo per gli angoli $\theta=0$ e $\theta=1/2 \pi$ cioè nei casi in cui si ha una correlazione totale.

Questo risultato, ottenuto con un modello a variabili nascoste estremamente semplice, è molto incoraggiante e si potrebbe sperare che con un modello più sofisticato si potessero riprodurre esattamente le previsioni della MQ. Ma *la scoperta di Bell è che la ricerca di tali modelli è vana*, come mostreremo tra breve.

3.3. Le diseguaglianze di Bell

Ci sono molte diverse forme e dimostrazioni delle diseguaglianze di Bell. Qui ne forniremo una semplice e che porta ad una formulazione direttamente applicabile negli esperimenti.¹¹

Consideriamo la quantità:

$$\left\{ \begin{aligned} s &= A(\lambda, \mathbf{a}) B(\lambda, \mathbf{b}) - A(\lambda, \mathbf{a}) B(\lambda, \mathbf{b}') + A(\lambda, \mathbf{a}') B(\lambda, \mathbf{b}) + A(\lambda, \mathbf{a}') B(\lambda, \mathbf{b}') = \\ &= A(\lambda, \mathbf{a}) [B(\lambda, \mathbf{b}) - B(\lambda, \mathbf{b}')] + A(\lambda, \mathbf{a}') [B(\lambda, \mathbf{b}) + B(\lambda, \mathbf{b}')] \end{aligned} \right. \quad (17)$$

Ricordando che le quantità A e B possono assumere solo valori ± 1 e, tenendo conto della seconda riga della (17), si ha immediatamente che:

$$s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = \pm 2 \quad (18)$$

¹¹ È importante distinguere tra le diseguaglianze che mostrano una contraddizione matematica con la MQ, ma che non hanno la possibilità di essere verificate sperimentalmente per via delle imperfezioni connaturate agli strumenti di misura e diseguaglianze che consentono di eseguire un test di natura sperimentale grazie al fatto che le imperfezioni sperimentali rimangono al di sotto di un limite quantificabile.

e dunque anche la media di s calcolata rispetto a λ risulta compresa tra $+2$ e -2

$$-2 \leq \int d\lambda \rho(\lambda) s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \leq 2 \quad (19)$$

Tenendo conto della (12) possiamo riscrivere questa catena di disuguaglianze:

$$-2 \leq S(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \leq 2 \quad (20)$$

Dove:

$$S(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + E(\mathbf{a}' \mathbf{b}) + E(\mathbf{a}' \mathbf{b}') \quad (21)$$

Queste sono le disuguaglianze B.C.H.S.H. cioè le disuguaglianze di Bell nella versione generalizzata che ne hanno dato Clauser, Horne, Shimony, Holts.[8]

Esse riguardano la combinazione S dei coefficienti di correlazione delle quattro polarizzazioni associati a due direzioni di analisi per ciascun polarizzatore (\mathbf{a} e \mathbf{a}' per il polarizzatore I, \mathbf{b} e \mathbf{b}' per il polarizzatore II). Si tenga presente che esse si applicano a qualsiasi teoria di variabili nascoste nella forma più generale così come definita al § 3.1 (equazioni 9, 10 e 12), di cui il nostro *modello ingenuo* è solo un esempio.

4. Il conflitto con la MQ

4.1. L'evidenza

Possiamo usare la previsione (6) della MQ per coppie di fotoni EPR per valutare la quantità $S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}')$ definite dalla equazione (21). Per il caso particolare di orientazioni mostrato nella figura 4.a il risultato che si ottiene è:

$$S_{MQ} = 2\sqrt{2} \quad (22)$$

Abbiamo così trovato una situazione in cui le previsioni della meccanica quantistica non possono essere riprodotte (*imitate*) dalle teorie dei a variabili nascoste. Questa è l'essenza del Teorema di Bell: *è impossibile trovare una Teoria a variabili nascoste, della forma generale definita nel § 3.1, che riproduca tutte le previsioni della meccanica quantistica.*

Questa affermazione è la generalizzazione di ciò che appare nella Figura 3, per il particolare modello di variabili nascoste considerato nel § 3.2: il modello riproduce esattamente il previsioni della meccanica quantistica per alcuni angoli particolari (0 , $\frac{1}{4} \pi$, $\frac{1}{2} \pi$), ma se ne discosta per altri angoli. L'importanza del teorema di Bell è che non è limitato a un particolare modello di variabili nascoste ma è del tutto generale.

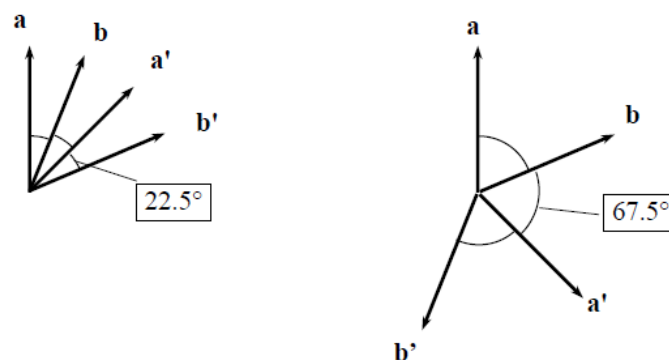


Figura 4: Le direzioni di orientamento che producono il massimo disaccordo tra le disuguaglianze di Bell e la Meccanica Quantistica

4.2. Il disaccordo massimale

E' abbastanza interessante soffermarsi sul massimo scostamento tra le disuguaglianze di Bell e le previsioni della MQ. In proposito calcoliamo il valore quantistico per S :

$$S_{MQ}(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}', \mathbf{b}) = \cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - \cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + \cos(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + \cos(\mathbf{a}', \mathbf{b}') \quad (23)$$

Essa è funzione di tre variabili angolari indipendenti (\mathbf{a}, \mathbf{b}) , $(\mathbf{b}, \mathbf{a}')$ e $(\mathbf{a}', \mathbf{b}')$. Si osservi infatti che:

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}') = (\mathbf{a}, \mathbf{b}) + (\mathbf{b}, \mathbf{a}') + (\mathbf{a}', \mathbf{b}') \quad (24)$$

Per trovare gli estremi di S_{MQ} richiediamo che ci sia l'annullamento delle tre derivate parziali e troveremo:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\mathbf{a}, \mathbf{b}) = (\mathbf{b}, \mathbf{a}') = (\mathbf{a}', \mathbf{b}') = \theta \\ \text{con l'ulteriore condizione:} \\ \sin \theta = \sin 3\theta \end{array} \right. \quad (25)$$

Nella figura 5 si è disegnata la funzione $S_{MQ}(\theta)$ valutata con la condizione (24). Si trova così che il massimo e il minimo di S_{MQ} si hanno per:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{MQ} = 2\sqrt{2} \text{ per } \theta = \pm \frac{\pi}{8} \\ S_{MQ} = -2\sqrt{2} \text{ per } \theta = -\frac{3}{8} \pi \end{array} \right. \quad (26)$$

Questi valori sono le soluzioni della (25) e le corrispondenti orientazioni sono indicate in figura 4. Esse corrispondono alla massima violazione delle disuguaglianze di Bell.

Più in generale, in figura 5, si vede che esiste una ampia zona di orientazioni che porta ad una violazione delle disuguaglianze. Tuttavia si vede anche che esistono altre zone in cui non c'è alcuna violazione.

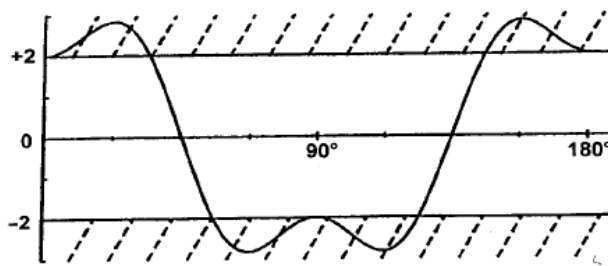


Figura 5 - $S(\theta)$ così come è prevista dalla MQ per coppie di fotoni EPR. Il disaccordo con le disuguaglianze di Bell appare quando $|S|$ è maggiore di 2, e il massimo si ha in corrispondenza delle orientazioni di Figura 4

5. Discussione: La condizione di località

Ora abbiamo stabilito, in base al teorema di Bell, che la meccanica quantistica entra in conflitto con qualsiasi teoria a variabili nascoste così come è stata definita nel § 3.1, poiché viola una conseguenza (le disuguaglianze di Bell) di qualunque teoria del genere.

Chiaramente è interessante in questa fase analizzare le ipotesi alla base del formalismo introdotto nel § 3.1. Si può allora sperare di individuare una specifica ipotesi responsabile del conflitto. Esaminiamo quindi le varie ipotesi alla base delle teorie a variabili nascoste introdotte nel § 3.1.

Una prima ipotesi è l'*esistenza di variabili nascoste*. Come abbiamo visto esse sono stati introdotti per rendere conto del correlazioni a distanza. Questa ipotesi è fortemente legata ad una concezione del mondo, così come espressa da Einstein, secondo cui la nozione di esistenza di *realtà fisiche distinte per particelle distinte* è densa di significato.

È anche possibile ricavare l'esistenza di variabili nascoste da affermazioni generali sulla realtà fisica, nello spirito delle idee di Einstein [9]. Un'ipotesi del genere sembra assolutamente necessaria per ottenere disuguaglianze in conflitto con la MQ.

La seconda ipotesi da considerare è il *determinismo*. È un dato di fatto che il formalismo del § 3.1 sia deterministico: una volta che λ sia stato fissato, i risultati $A(\lambda, \mathbf{a})$ e $B(\lambda, \mathbf{b})$ delle misure di polarizzazione sono certe.

Si è ipotizzato che ciò possa essere un buon motivo per determinare un conflitto con il formalismo non deterministico della meccanica quantistica. Ma, come ha dimostrato dapprima Bell [10], e successivamente sviluppato da [11], è facile generalizzare il formalismo della Sez. 9.3. al caso di teorie stocastiche delle variabili nascoste, dove la misurazione deterministica delle funzioni $A(\lambda, \mathbf{a})$ e $B(\lambda, \mathbf{b})$ venga sostituita da funzioni probabilistiche.

Si scopre quindi che le disuguaglianze di Bell continuano a valere e che il conflitto non scompare. È quindi generalmente accettato che il carattere deterministico del formalismo non sia la ragione del contrasto.[12]

L'ipotesi più importante, sottolineata da Bell in tutti i suoi scritti, è quella del *carattere locale del formalismo* del § 3.1. Abbiamo già implicitamente assunto che il risultato $A(\lambda, \mathbf{a})$ della misura effettuata dal polarizzatore I non dipenda dall'orientamento \mathbf{b} del polarizzatore remoto II e viceversa.

Allo stesso modo si ipotizza che la distribuzione di probabilità $\rho(\lambda)$ (cioè il modo in cui le diverse coppie vengono emesse) non dipenda dalle orientazioni \mathbf{a} e \mathbf{b} . Questa *ipotesi di località* è cruciale: le disuguaglianze di Bell non sarebbero valide senza di essa. In effetti è del tutto chiaro che la dimostrazione del § 3.3. viene a cadere se si usano quantità come $A(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{b})$ o $\rho(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{b})$.

In conclusione ci sono due ipotesi che appaiono indispensabili per ottenere le disuguaglianze di Bell e, di conseguenza, il contrasto con la M.Q.

- Le correlazioni a distanza possono essere spiegate attraverso la introduzione di variabili nascoste trasportate dalle singole particelle, nello spirito delle idee di Einstein secondo cui gli oggetti separati godono di realtà fisiche separate.
- Le quantità $A(\lambda), B(\lambda)$ e $\rho(\lambda)$ non dipendono dalla orientazione dei polarizzatori remoti.

Ecco perché spesso si sostiene che la meccanica quantistica sia in *conflitto con la ipotesi del realismo locale*.

6. Esperimento mentale con analizzatori a direzioni variabili: la condizione di località come conseguenza della causalità einsteiniana

Negli esperimenti statici, in cui i polarizzatori vengono tenuti fissi durante un intero step, la condizione di località deve essere indicata come presupposto. Sebbene altamente ragionevole, questa condizione non è però prescritta da alcun principio fondamentale delle leggi fisiche.

Per citare Bell [1] "*le impostazioni degli strumenti sono fatte con sufficiente anticipo e ciò consentirebbe loro di raggiungere un rapporto reciproco attraverso lo scambio di segnali con velocità inferiore o uguale a quella della luce.*" In quel caso, il risultato $A(\lambda)$ della misurazione sul polarizzatore I potrebbe dipendere dall'orientamento \mathbf{b} del polarizzatore remoto II e viceversa. La condizione della località non sarebbe più valida, così come non lo sarebbero le disuguaglianze di Bell.

Bell insisteva quindi sull'importanza di "esperimenti del tipo proposto da Bohm e Aharonov [5], in cui le impostazioni vengono modificate durante il volo delle particelle."¹² In un simile esperimento temporizzato, *la condizione di località diventerebbe una conseguenza della causalità di Einstein, che vieta qualsiasi influenza a velocità superiore a quella della luce.*

Come mostrato nella nostra proposta del 1975 [13], è sufficiente commutare ciascun polarizzatore tra due impostazioni particolari (\mathbf{a} e \mathbf{a}' per il polarizzatore I, \mathbf{b} e \mathbf{b}' per il polarizzatore II). Diventa allora possibile testare sperimentalmente una classe numerosa di teorie a variabili nascoste: quelle che obbediscono alla causalità di Einstein. In tali teorie la risposta del polarizzatore I al tempo t può dipendere dall'orientamento \mathbf{b} (o \mathbf{b}') del polarizzatore II ad un istante precedente a $t - L/c$ (dove L è la distanza tra i polarizzatori).

¹² The idea was already expressed in Bohm's book 4.

Una tale dipendenza ritardata viene ipotizzata anche per la distribuzione di probabilità, $p(\lambda)$, cioè per il modo in cui le coppie vengono emesse alla fonte. Per tempi di commutazione casuali, con entrambi i lati non correlati, le previsioni di queste teorie più generali dalle *variabili nascoste separabili* sono vincolati dalle disuguaglianze di Bell generalizzate [13], basate sulla causalità alla Einstein e non sulla condizione di località di Bell.

D'altra parte, è facile mostrare [14] che le correlazioni di polarizzazione previste dalla meccanica quantistica dipendono solo dagli orientamenti \mathbf{a} e \mathbf{b} nel momento delle misurazioni e non comportano alcun termine di ritardo, L/c . Per una scelta adeguata dell'insieme degli orientamenti (\mathbf{a} e \mathbf{a}' e \mathbf{b} e \mathbf{b}') – ad esempio come nella configurazione visualizzata in Fig. 4 – le previsioni quantomeccaniche sono ancora in conflitto con le disuguaglianze di Bell generalizzate.

In un esperimento con polarizzatori con orientazioni variabili nel tempo, il teorema di Bell afferma che la meccanica quantistica è incompatibile con teorie a variabili nascoste che obbediscono alla causalità di Einstein. Si noti che la causalità di Einstein ha svolto un ruolo importante nelle discussioni che hanno portato alla nozione di variabile nascosta, o equivalentemente di una realtà fisica indipendente per ogni sottosistema separato. [6]

Non sembri dunque esagerato concludere che, in uno schema con polarizzatori variabili nel tempo, il teorema di Bell stabilisce una *contraddizione tra la meccanica quantistica e una descrizione del mondo aderente allo spirito delle idee di Einstein*. Si noti, tuttavia, che *Einstein non conosceva il teorema di Bell* e poteva logicamente pensare che la sua visione del mondo fosse compatibile con tutte le previsioni algebriche della meccanica quantistica. E' impossibile sapere quale sarebbe stata la sua reazione alle contraddizioni rivelate dal teorema di Bell.

7. Dal teorema di Bell ad un esperimento realistico

7.1. Test sperimentali sulle disuguaglianze di Bell

Con il teorema di Bell il dibattito sulla possibilità (o necessità) di completare la meccanica quantistica cambia radicalmente. Non era più una questione di orientamento filosofico (realismo *versus* positivismo) o di gusto personale.

Era diventato possibile risolvere la questione mediante un esperimento. Se si possono produrre coppie di fotoni (o di particelle di spin $1/2$) in uno stato EPR e misurare i quattro tassi di risultato, $N_{\pm\pm}(\mathbf{a},\mathbf{b})$, con rivelatori nei canali di uscita dei polarizzatori (Fig. 1) (o filtri alla Stern-Gerlach), si ottiene il coefficiente di correlazione, per polarizzatori negli orientamenti \mathbf{a} e \mathbf{b} :

$$E(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \frac{N_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b}) - N_{+-}(\mathbf{a},\mathbf{b}) - N_{-+}(\mathbf{a},\mathbf{b}) + N_{--}(\mathbf{a},\mathbf{b})}{N_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b}) + N_{+-}(\mathbf{a},\mathbf{b}) + N_{-+}(\mathbf{a},\mathbf{b}) + N_{--}(\mathbf{a},\mathbf{b})} \quad (28)$$

Eseguendo quattro misurazioni di questo tipo negli orientamenti (\mathbf{a},\mathbf{b}) , (\mathbf{a},\mathbf{b}') , (\mathbf{a}',\mathbf{b}) , e $(\mathbf{a}',\mathbf{b}')$, si ottiene un valore misurato $S_{\text{EXP}}(\mathbf{a},\mathbf{a}',\mathbf{b},\mathbf{b}')$ per la grandezza S definita in (21). Scegliendo una situazione sperimentale in cui la meccanica quantistica predice che questa grandezza viola le disuguaglianze di Bell (20), abbiamo un test che permette di discriminare tra la meccanica quantistica e qualsiasi altra *teoria locale dei parametri supplementari*. Se, inoltre, utilizziamo uno schema con polarizzatori a orientamento variabile, testiamo anche la classe più generale di teoria a variabili nascoste *separabili* (o causali in senso relativistico).

7.2. Le situazioni sensibili sono rare

La meccanica quantistica è stata confermata in una così grande varietà di esperimenti che il teorema di Bell potrebbe apparire proprio come una prova dell'impossibilità di una teoria basata su variabili nascoste. Tuttavia, situazioni in cui il conflitto rivelate dalle disuguaglianze di Bell (*situazioni sensibili*) sono così rare che nel 1965 non ne esisteva ancora alcuna concretamente realizzata.

Per apprezzare meglio questo punto, notiamo innanzitutto che le disuguaglianze di Bell sono compatibili con tutta la fisica classica, vale a dire la meccanica classica (relativistica) e l'elettrodinamica classica, poiché questo formalismo può essere incorporato nel formalismo delle variabili nascoste che obbedisce alla causalità di Einstein.

Per esempio, nella meccanica classica, i λ sarebbero le posizioni iniziali e velocità delle particelle, da cui si può derivare l'evoluzione futura. Allo stesso modo, nell'elettrodinamica classica, le λ sarebbero le traiettorie delle cariche sorgenti, da cui si ricava il campo elettromagnetico e la sua interazione sugli apparecchi di misura.

Inoltre, nelle situazioni solitamente descritte dalla meccanica quantistica, non capita spesso che ci sia un conflitto con le disuguaglianze di Bell. Più precisamente, per situazioni in cui si cercano correlazioni tra due sottosistemi separati (che possono aver interagito nel passato), possiamo segnalare due condizioni necessarie per la possibilità di un conflitto con le disuguaglianze di Bell:

- i due sottosistemi separati devono essere in uno *stato entangled*, non fattorizzabile, come (1) (o lo stato di singoletto per due particelle con spin $1/2$)
- per ogni sottosistema deve essere possibile scegliere la grandezza misurata tra almeno due osservabili non commutative (come misurazioni di polarizzazione lungo le direzioni \mathbf{a} e \mathbf{a}' , né parallele né perpendicolari).

Anche in questi casi, abbiamo visto che il conflitto esiste solo per valori ben scelti delle grandezze misurate (insiemi di orientamenti) e, come mostrato in Fig. 5, ci sono molti insiemi di orientamenti per i quali valgono le previsioni quantomeccaniche senza violazioni delle disuguaglianze di Bell.

Nel 1965 ci si rese conto che non c'erano prove sperimentali di una violazione delle disuguaglianze di Bell. Poiché queste disuguaglianze derivano da ipotesi assolutamente ragionevoli si potrebbe considerare la possibilità che si verifichi la violazione delle disuguaglianze di Bell come la indicazione di una situazione in cui la meccanica quantistica fallisce.

Era quindi forte la tentazione di progettare un *esperimento sensibile*, vale a dire un esperimento in cui le previsioni della meccanica quantistica applicate ad un contesto reale violino le disuguaglianze di Bell. L'esperimento avrebbe quindi dato un taglio netto alla discussione tra la meccanica quantistica e le teorie a variabili nascoste che obbediscono alla condizione della località di Bell.

7.3. Produzione di coppie di fotoni in uno stato EPR

Come sottolineato da Clauser et al. [8], coppie di fotoni emessi in apposite *cascate radiative atomiche* erano buoni candidati per un test sensibile. Si consideri ad esempio una cascata atomica $J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$ (Fig. 6). Supponiamo di scegliere con l'uso di filtri basati sulla lunghezza d'onda e di collimatori, due onde piane di frequenze ν_1 e ν_2 che si propagano in direzioni opposte lungo l'asse z (Fig. 7).

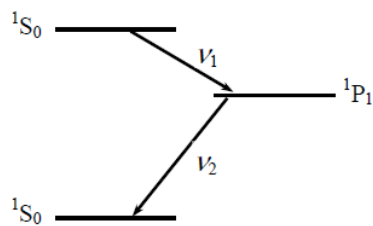


Fig. 6: cascata radiativa con emissione di coppie di fotoni con polarizzazione correlata

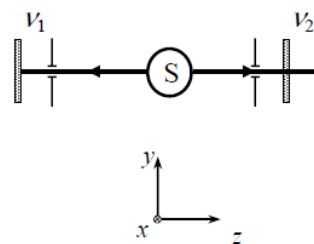


Fig. 7: configurazione ideale, angoli solidi infinitamente piccoli

È facile dimostrare, invocando la parità e la conservazione del momento angolare, che la parte di polarizzazione del vettore di stato che descrive la coppia (ν_1 e ν_2) può essere scritto come segue:

$$\psi(\nu_1, \nu_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|R, R\rangle + |L, L\rangle) \quad (29)$$

Dove $|R\rangle$ e $|L\rangle$ rappresentano stati di polarizzazione circolare destra e sinistra. Se esprimiamo $|R\rangle$ e $|L\rangle$ attraverso le basi di polarizzazione lineare otteniamo:

$$\Psi(v_1, v_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|x,x\rangle + |y,y\rangle)$$

7.4. Un esperimento realistico

L'esperimento reale differisce da quello ideale sotto diversi aspetti. Ad esempio, la luce dovrebbe essere raccolta in angoli finiti, $2u$, che dovrebbero essere il più grandi possibili (Fig. 8). In questa situazione, si può dimostrare [15] che il contrasto previsto dalla funzione di correlazione diminuisce, poiché la (6) è sostituita da:

$$E_{MQ}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = F(u) \cos 2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (30)$$

dove $F(u) \leq 1$.

La Figura 9 mostra l'andamento di $F(u)$ per la cascata radiativa $J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$. Fortunatamente, è possibile utilizzare angoli abbastanza ampi senza grandi danni. Per $u = 32^\circ$ (nostri esperimenti), si ha $F(u) = 0,984$.

Tutte le inefficienze sperimentali (difetti dei polarizzatori, birifrangenze accidentali, ecc.) porteranno analogamente a una diminuzione della funzione di correlazione, $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$. La funzione $S_{MQ}(\theta)$ (Fig. 5) viene quindi moltiplicata per un fattore inferiore a 1 e il conflitto con le disuguaglianze di Bell diminuisce e potrebbe addirittura svanire.

Perciò, un esperimento reale deve essere progettato con attenzione e ogni effetto ausiliario deve essere valutato. Tutti i parametri rilevanti devono essere perfettamente controllati, poiché un effetto dimenticato potrebbe allo stesso modo portare ad una diminuzione del conflitto. Ad esempio, la struttura iperfine dello spettro diminuisce drasticamente $F(u)$; quindi si dovrebbero utilizzare esclusivamente isotopi di posto pari. [15]

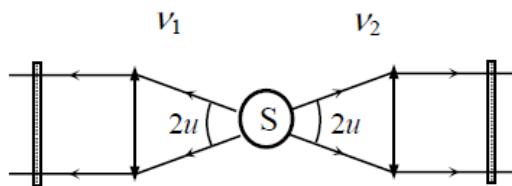


Fig. 8: configurazione realistica con angoli solidi finiti

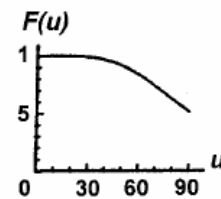


Fig. 9: fattore di riduzione $F(u)$ per una cascata $J=0 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$

7.5. Condizioni di *timing*

Come si è visto al § 6, la condizione di località di Bell può essere considerata come una conseguenza della causalità einsteiniana e dunque se l'esperimento ne soddisfa le richieste si devono verificare due condizioni:

- le misure di distanza spaziale nei due sottosistemi devono essere caratterizzate da *intervalli di tipo spazio separati*
- la scelta delle quantità misurate nei due sottosistemi separati *deve essere di tipo casuale* e caratterizzata da intervalli di tipo spazio separati

Ovviamente la seconda condizione è quella più complessa da realizzare.

8. Esperimenti di prima generazione

L'articolo CHSH [8] pubblicato nel 1969 ha mostrato la possibilità di eseguire esperimenti sensibili al principio di realtà utilizzando coppie di fotoni entangled prodotti in processi di cascata atomica. Due gruppi di ricerca iniziarono un esperimento a Berkeley e ad Harvard. Dopo che furono ottenuti risultati tra loro contraddittori fu iniziato un terzo esperimento presso la College Station (Texas). Tutti e tre gli esperimenti utilizzarono uno schema semplificato, abbastanza diverso da quello ideale proposto, perché utilizzavano polarizzatori a canale singolo.

8.1. Esperimenti con polarizzatori mono canale

In questo schema sperimentale semplificato, si utilizzano polarizzatori che trasmettono luce polarizzata parallelamente ad \mathbf{a} (o \mathbf{b}), ma bloccano quella ortogonale.

Rispetto allo schema della Figura 1, si possono quindi rilevare solo i risultati $+$ e le misurazioni di coincidenza forniscono solo i tassi di coincidenza $N_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ tra i canali $+$. Per recuperare i dati $-$ mancanti, vengono eseguite esecuzioni ausiliarie con uno o entrambi i polarizzatori rimossi (l'*orientamento* di un polarizzatore rimosso è convenzionalmente indicato con ∞).

Possiamo quindi scrivere relazioni tra i tassi di coincidenza misurati $N_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b})$, $N_{++}(\mathbf{a},\infty)$ e $N_{++}(\infty,\mathbf{b})$ e i tassi di coincidenza che non vengono misurati:

$$\left. \begin{aligned} N_{++}(\infty,\infty) &= N_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b}) + N_{+-}(\mathbf{a},\mathbf{b}) + N_{-+}(\mathbf{a},\mathbf{b}) + N_{--}(\mathbf{a},\mathbf{b}) \\ N_{++}(\mathbf{a},\infty) &= N_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b}) + N_{+-}(\mathbf{a},\mathbf{b}) \\ N_{++}(\infty,\mathbf{b}) &= N_{++}(\mathbf{a},\mathbf{b}) + N_{-+}(\mathbf{a},\mathbf{b}) \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Sostituendo nella equazione (28) riguardante i coefficienti di correlazione e nelle disequaglianze (21), è possibile eliminare tutte le quantità che non vengono misurate direttamente, ed ottenere una nuova disequaglianza BCHSH:

$$-1 \leq S' \leq 0 \quad (32)$$

Dove la quantità S' è data da:

$$S' = \frac{N(\mathbf{a},\mathbf{b}) - N(\mathbf{a},\mathbf{b}') + N(\mathbf{a}',\mathbf{b}) + N(\mathbf{a}',\mathbf{b}') - N(\mathbf{a}',\infty) - N(\infty,\mathbf{b})}{N(\infty,\infty)} \quad (33)$$

Ed è espressa come funzione dei soli tassi di coincidenza misurati. Per non appesantire le scritture sono stati sottintesi tutti i pedici $++$.

Per l'insieme di orientazioni indicate in figura 4 le previsioni della MQ violano la disequaglianza di Bell (32) come segue:

$$\left\{ \begin{aligned} S'_{QM}{}^{MAX} &= \frac{\sqrt{2-1}}{2} \text{ per } \theta = \frac{\pi}{8} \\ S'_{QM}{}^{MIN} &= -\frac{\sqrt{2-1}}{2} \text{ per } \theta = \frac{3}{8} \pi \end{aligned} \right. \quad (34)$$

Pertanto è possibile condurre un test sensibile anche utilizzando polarizzatori monocanale. Si noti tuttavia che la derivazione delle disuguaglianze di Bell (32) richiede un'ipotesi supplementare.

Poiché le efficienze di rilevamento sono basse (a causa del piccolo angolo di raccolta e delle basse efficienze dei fotomoltiplicatori), le probabilità coinvolte nell'espressione di $E(\mathbf{a},\mathbf{b})$ devono essere ridefinite sull'insieme di coppie che verrebbero rilevate con i polarizzatori rimossi.

Questa procedura è valida solo se si assume un'ipotesi ragionevole sui rivelatori. L'ipotesi C.H.S.H. [8] afferma che, «dato che una coppia di fotoni emerge dai polarizzatori, la probabilità della loro rilevazione congiunta è indipendente dagli orientamenti dei polarizzatori» (o dalla loro rimozione). Clauser e Horne [11] hanno avanzato un'altra ipotesi, che ha portato alle stesse disuguaglianze. Lo stato di queste ipotesi è stato ampiamente discusso nel riferimento [16].

8.2. Risultati

Nell'esperimento di Berkeley [17], Clauser e Freedman costruirono una sorgente in cui gli atomi di calcio vennero eccitati a stati di energia più alta mediante radiazioni ultraviolette.

L'atomo sarebbe quindi decaduto e, tra i vari percorsi di diseccitazione, aveva una certa probabilità di emettere un paio di fotoni correlati verdi e viola seguendo la cascata radiativa $4p^2 \ ^1S_0 \rightarrow 4s4p^1 \ P_1 \rightarrow 4s^2 \ ^1S_0$. Poiché il segnale era debole e si verificavano anche cascate spurie, ci vollero più di 200 ore di misurazione per ottenere un risultato significativo. I risultati furono trovati in accordo con la meccanica quantistica e fu osservata una violazione delle disuguaglianze di Bell (32) significativa (di 5 deviazioni standard).

Nello stesso tempo, ad Harvard, Holt e Pipkin [18] trovarono un risultato in disaccordo con la meccanica quantistica e in accordo con le disuguaglianze di Bell. La loro fonte era basata sulla cascata $9^1 \ P_1 \rightarrow 7^3 \ P_1 \rightarrow 6^3 \ P_0$ dell'isotopo 200 del mercurio eccitato mediante bombardamento elettronico.

La raccolta dati durò 150 ore. Clauser ripeté successivamente il loro esperimento, ma con Mercurio 202 e trovò un risultato in accordo con la Meccanica Quantistica, e una significativa violazione delle Disuguaglianze di Bell [19].

Nel 1976, ad Houston Fry e Thompson [20] realizzarono una sorgente di fotoni correlate molto più efficiente con una cascata $J=1 \rightarrow J=1 \rightarrow J=0$ che, a priori non è favorevole quanto la $J=1 \rightarrow J=0 \rightarrow J=1$, ma essi riuscirono ad eccitare selettivamente il livello superiore della cascata utilizzando un laser CW a singola linea regolabile (uno strumento abbastanza raro per quei tempi).

Il segnale risultò di diversi ordini di grandezza superiore a quello degli esperimenti precedenti e ciò consentì di raccogliere una grande massa di dati in soli 80 minuti. I loro risultati furono in eccellente accordo con le previsioni della MQ ed essi riuscirono a trovare una violazione entro quattro deviazioni standard della disuguaglianza di Bell (32) nella versione specifica per gli esperimenti a singolo canale.

9. Gli esperimenti di Orsay (1980-1982) [14]

9.1. La sorgente

Fin dall'inizio del nostro programma, il nostro obiettivo fu quello di realizzare uno schema sperimentale più sofisticato [13]; così dedicammo un bel po' di sforzi per sviluppare una *sorgente di fotoni entangled* che fosse altamente efficiente, stabile e ben controllata.

Ciò fu realizzato (figura 10) attraverso una eccitazione selettiva con emissione di due fotoni nella cascata del Calcio già utilizzata da Clauser e Freedman ($4p^2 \ ^1S_0 \rightarrow 4s4p^1 \ P_1 \rightarrow 4s^2 \ ^1S_0$). Questa sorgente si presta molto bene per gli esperimenti con uso di coincidenze perché la vita media τ_r del livello intermedio è abbastanza breve (5 ns). Se si opera con un tasso di eccitazioni pari a $1/\tau_r$ si ottiene un rapporto segnale-rumore ottimale per le misure di coincidenza.

Siamo stati in grado di ottenere questa frequenza ottimale ottimale con l'uso di un laser a ioni di Krypton ($\lambda_K = 406\text{nm}$) e un laser a colore regolabile ($\lambda_D = 581\text{nm}$) sintonizzato sulla risonanza per il processo a due fotoni. Entrambi i laser erano mono modali ed erano focalizzati su un fascio atomico di calcio (il fascio laser si allarga di circa $50 \mu\text{m}$).

Due circuiti in controreazione fornivano la stabilità richiesta alla sorgente (superiore allo 0,5% per diverse ore): il primo circuito controllava la lunghezza d'onda del laser sintonizzabile per garantire il massimo segnale di fluorescenza; un secondo circuito controllava l'angolo tra le polarizzazioni dei laser e compensava tutte le fluttuazioni della frequenza di emissione della cascata.

Con poche decine di milliwatt per ciascun laser, la velocità a cascata era di circa $N = 4 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$. Un aumento oltre questo tasso velocità non avrebbe migliorato in modo significativo il rapporto segnale/rumore per il conteggio delle coincidenze, poiché il tasso di coincidenze accidentali cresce come N^2 , mentre quello di coincidenze corrette aumenta come N . A questo tasso di emissione a cascata, il tasso di coincidenza con polarizzatori paralleli era di circa 10 s^{-1} , diversi ordini di grandezza più grande rispetto ai primi esperimenti. Si poteva quindi ottenere una precisione statistica dell'1% in ogni singolo test della durata di 100 s.

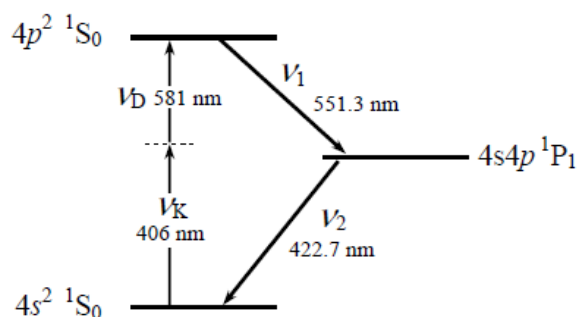


Fig. 10: eccitazione selettiva con due fotoni dello stato $4p^2\ ^1S_0$ del Calcio con un laser a ioni di Kripton e un secondo laser a colore regolabile. Da questo stato il decadimento radiativo può solo avvenire con emissione di una coppia di fotoni entangled (v_1, v_2)

9.2. Rivelazione – conteggio delle coincidenze

La luce di fluorescenza è stata raccolta da due lenti asferiche ad ampia apertura ($u = 32^\circ$, come mostrato nella figura 8), seguite su ogni lato da un filtro di interferenza (rispettivamente a 551,3 nm e 422,7 nm), un sistema ottico di trasporto, un polarizzatore e un tubo fotomoltiplicatore. I fotomoltiplicatori alimentavano l'elettronica di conteggio delle coincidenze, che includeva un convertitore tempo-ampiezza e un analizzatore multicanale, producendo lo spettro di ritardo temporale delle rilevazioni a due fotoni (Figura 11). Questo spettro mostra prima uno sfondo piatto dovuto a coincidenze accidentali (tra fotoni emessi da atomi diversi). Le vere coincidenze (tra fotoni emessi dallo stesso atomo) sono visualizzate nel picco che sale con ritardo nullo e decade esponenzialmente con una costante di tempo $\tau_c = 5$ ns (vita media dello stato intermedio della cascata radiativa). Il segnale di coincidenza misurato è quindi dato dall'area del picco.

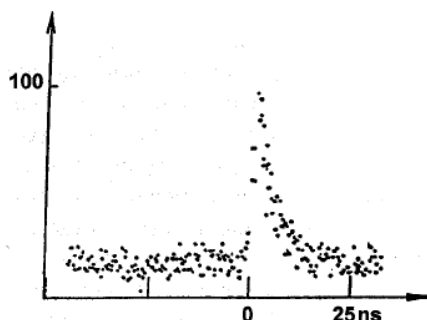


Fig. 11 - spettro con i tempi di ritardo - numero di coppie rivelate in funzione del tempo di ritardo nella rivelazione dei due fotoni. Il background piatto corrisponde a coincidenze accidentali tra fotoni non correlati ed emessi da atomi diversi, e va come il quadrato N^2 del tasso di cascata. Il picco, la cui area va come N , corrisponde ai fotoni correlati e fornisce il tasso di di coincidenze da misurare

Inoltre, un circuito di coincidenza standard, con una finestra di coincidenza di 19 ns, monitorava il tasso di coincidenze attorno al ritardo nullo, mentre un canale di coincidenza ritardata monitorava il tasso accidentale. Era quindi possibile verificare che il *vero tasso di coincidenza*, ottenuto per sottrazione, fosse uguale al segnale nel picco dello spettro di ritardo temporale.

Nel secondo e terzo esperimento, abbiamo utilizzato un sistema di coincidenza quadruplo, che coinvolgeva un analizzatore multicanale quadruplo e quattro circuiti di doppia coincidenza. I dati sono stati raccolti ed elaborati automaticamente da un computer.

9.3. Esperimenti con polarizzatore ad un canale [22]

Il nostro primo esperimento è stato condotto utilizzando una pila di piastre polarizzanti a canale singolo, realizzate con dieci piastre di vetro di grado ottico ad angolo di Brewster 7y66, che garantiscono un'eccellente in-

varianza rotazionale. Per una luce completamente polarizzata, la trasmissione massima e minima erano rispettivamente $0,975 \pm 0,005$ e $0,030 \pm 0,005$.

Grazie alla nostra sorgente ad alta efficienza, che ci consente di ottenere un'eccellente accuratezza statistica in test da 100 s, abbiamo potuto eseguire vari controlli statistici, nonché controlli, ad esempio sull'invarianza rotazionale dei segnali (per tutte queste misurazioni, la stabilità nel tempo della sorgente, al livello dello 0,5%, si è rivelata essere cruciale).

È stato eseguito un test diretto delle disuguaglianze di Bell per i polarizzatori a canale singolo (32). Abbiamo trovato per la quantità S' (equazione 33)

$$S'_{\text{EXP}} = 0,126 \pm 0,014 \quad (35)$$

che viola le disuguaglianze (32) di 9 deviazioni standard e in buon accordo con le previsioni della meccanica quantistica che, con le efficienze dei nostri polarizzatori e gli angoli di apertura delle lenti, vale:

$$S'_{\text{MQ}} = 0,118 \pm 0,005 \quad (36)$$

L'incertezza nel valore teorico di S'_{MQ} tiene conto della incertezza nelle misurazioni delle efficienze dei polarizzatori.

La concordanza tra i dati sperimentali e le previsioni della meccanica quantistica è stata verificata in un intervallo di orientamenti pari a 360° (Figura 12).

Abbiamo ripetuto queste misurazioni con i polarizzatori spostati a 6,5 m dalla sorgente. A tale distanza (pari a quattro volte la lunghezza di coerenza del pacchetto d'onda associato al tempo di vita τ_r) gli eventi di rilevamento *erano caratterizzati come eventi di tipo spazio* e abbiamo quindi soddisfatto la prima condizione temporale del § 7.5. Non è stata osservata alcuna modifica dei risultati sperimentali e la disuguaglianza di Bell è stata violata nella stessa misura.

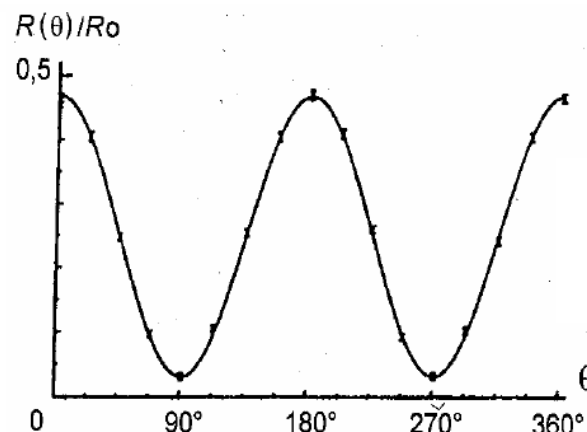


Fig. 12 - esperimenti con polarizzatori mono canale - Tasso di coincidenze normalizzato in funzione della orientazione relativa dei polarizzatori. Gli errori sono indicati in unità di deviazione standard. La curva a tratto continuo non è un fit dei dati sperimentali ma rappresenta la previsione della MQ per l'esperimento in essere.

9.4. Esperimento con polarizzatori a doppio canale [23, 24, 25]

Usando polarizzatori mono canale le misure di polarizzazione sono strutturalmente incomplete. Quando una coppia è stata emessa, se non si riscontra un conteggio su uno dei fotomoltiplicatori, non c'è modo di sapere se c'è stato un falso negativo da parte del rivelatore o il fotone è stato bloccato dal polarizzatore (solo il II caso corrisponde a un risultato – per la misurazione). Ecco perché si è dovuto ricorrere a esperimenti ausiliari e ragionamenti indiretti introducendo ipotesi supplementari, per testare le disuguaglianze di Bell.

Con l'uso di polarizzatori a due canali, abbiamo eseguito un esperimento seguendo molto più da vicino lo schema ideale della Figura 1. I nostri polarizzatori erano cubi polarizzanti con strati dielettrici che trasmettevano una polarizzazione e riflettevano quella ortogonale (un esperimento simile, utilizzando polarizzatori di calcite a doppio canale è stato svolto all'università di Catania [26]).

Tale divisore di polarizzazione e i due fotomoltiplicatori corrispondenti sono stati fissati su una montatura girevole. Questo dispositivo (polarimetro) produce i risultati + e - per una misurazione di polarizzazione lineare. È l'analogo ottico di un filtro Stern-Gerlach per una particella di spin 1/2.

Con i polarimetri I e II in orientamenti \mathbf{a} e \mathbf{b} e un sistema di conteggio delle coincidenze quadruplo, siamo stati in grado di misurare in un'unica esecuzione i quattro tassi di coincidenza $N_{\pm\pm}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ e di ottenere direttamente il coefficiente di correlazione della polarizzazione $E(\mathbf{a},\mathbf{b})$ inserendo i numeri ottenuti nell'equazione (28). È quindi sufficiente ripetere la stessa misurazione per un set sensibile di quattro orientamenti e si può testare direttamente la disuguaglianza di Bell ideale (20).

Questo schema sperimentale è molto più vicino allo schema ideale della figura 1 rispetto ai precedenti esperimenti con polarizzatori a un canale e non abbiamo avuto bisogno di alcuna ipotesi supplementare forte sui rivelatori. Tuttavia, l'efficienza di rilevamento in ciascun canale è ben al di sotto dell'unità, in primo luogo a causa dell'angolo solido di raccolta e in secondo luogo a causa dell'efficienza del fotomoltiplicatore.

Un sostenitore delle teorie delle variabili nascoste potrebbe quindi sostenere che non siamo sicuri che il campione su cui poggia la misurazione rimanga lo stesso quando cambiano gli orientamenti dei polarimetri. Per poter confrontare logicamente le nostre misurazioni con le disuguaglianze di Bell, abbiamo quindi bisogno anche di un presupposto supplementare: dobbiamo supporre che l'insieme delle coppie effettivamente rilevate sia indipendente dagli orientamenti dei polarimetri.

Questo presupposto è molto ragionevole dato il nostro schema simmetrico, in cui i due canali di uscita ortogonali di un polarizzatore sono trattati allo stesso modo (le efficienze di rilevamento in entrambi i canali di un polarimetro sono uguali).

Inoltre, abbiamo verificato sperimentalmente che la somma dei quattro tassi di coincidenza $N_{\pm\pm}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ rimanga costante quando cambiano gli orientamenti, sebbene ogni tasso di coincidenza sia modulato al 100%. Ciò dimostra che la dimensione del campione selezionato di coppie è costante.

Naturalmente, non è una prova della validità dell'ipotesi, ma almeno è coerente con essa. Si noti che è possibile utilizzare un'ipotesi più forte, l'*«ipotesi di campionamento equo»*, in cui si presume che l'insieme di dati rilevati sia un campione equo dell'insieme di tutte le coppie emesse. L'ipotesi di cui sopra è una conseguenza logica dell'ipotesi di campionamento equo, che è più forte. D'altra parte, l'ipotesi di campionamento equo è molto ragionevole e facile da esprimere.

L'esperimento è stato condotto sul set sensibile di orientamenti della Figura 4a, per il quale è previsto un conflitto massimale. Abbiamo trovato

$$S_{\text{EXP}} = 2.697 \pm 0.015 \quad (37)$$

Con una violazione delle disuguaglianze (21) ($|S| \leq 2$) di più di 40 deviazioni standard! Si noti che un tale risultato è perfettamente in accordo con le previsioni della MQ dato il rendimento dei nostri rivelatori e la apertura delle lenti.

$$S_{\text{MQ}} = 2.70 \pm 0.05 \quad (38)$$

L'incertezza indicata per S_{MQ} tiene conto di una leggera mancanza di simmetria dei due canali di un polarizzatore ($\pm 1\%$). L'effetto di questa asimmetria è stato calcolato e non può creare una variazione di S_{MQ} maggiore del 2%.

Abbiamo anche eseguito misurazioni del coefficiente di correlazione di polarizzazione $E(\mathbf{a},\mathbf{b})$ in svariate orientazioni, per un confronto diretto con le previsioni della meccanica quantistica (Figura 13). L'accordo è chiaramente eccellente.

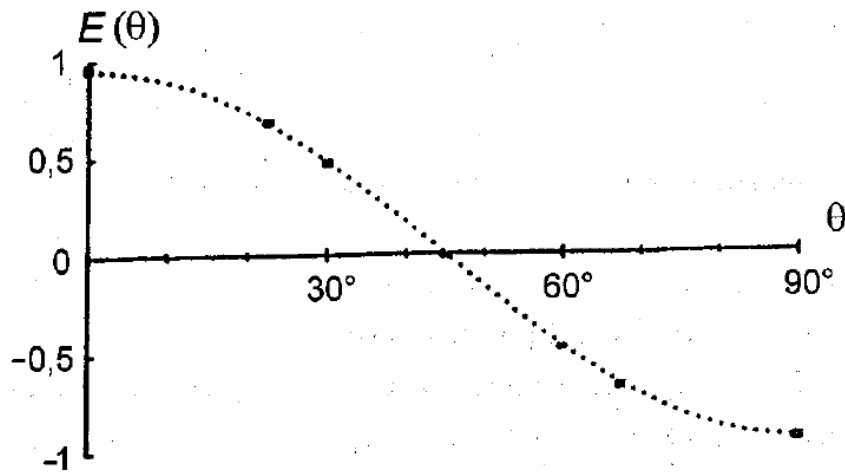


Fig. 13 - Esperimento con polarizzatori a doppio canale - Coefficiente di correlazione della polarizzazione in funzione dell'angolo relativo dei polarimetri. Gli errori indicati sono pari a ± 2 deviazioni standard. La curva tratteggiata non è il fit dei dati sperimentali ma la previsione quantistica per l'esperimento in essere. Per un esperimento ideale la curva presenterebbe esattamente il valore di ± 1 .

I dati sperimentali possono essere rappresentati in maniera diversa per evidenziare la loro rilevanza nel testare le disuguaglianze di Bell. In Figura 14 viene rappresentata la funzione $S(\theta)$ secondo la definizione che ne è stata data nel § 4.2. La violazione delle disuguaglianze di Bell è del tutto chiara intorno ai 22.5° (che corrisponde al risultato della (37), e intorno ai 67.5° , ma si vede anche, come abbiamo già sottolineato, che esistono anche molte situazioni in cui non c'è contrasto con le disuguaglianze di Bell.

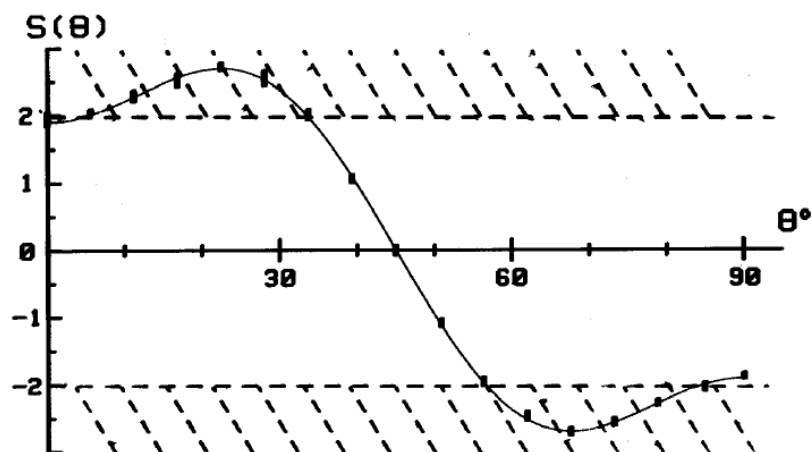


Fig. 14 - Esperimento con polarizzatori a doppio canale - La quantità $S(\theta)$ da essere indagata attraverso le disuguaglianze di Bell ($-2 \leq S \leq 2$) vedendone l'andamento in funzione dell'angolo relativo tra i polarimetri. Gli errori indicati corrispondono a ± 2 deviazioni standard. La curva a tratto continuo rappresenta la previsione della MQ per l'esperimento. In un esperimento ideale la curva raggiungerebbe esattamente il valore ± 2.828

9.5. Esperimento con controllo temporale [27]

Come si è sottolineato ai paragrafi § 6 e 7.5, un test ideale delle disuguaglianze di Bell implicherebbe la possibilità di commutare in momenti casuali l'orientamento di ciascun polarizzatore [13], poiché la condizione di località diventerebbe una conseguenza della causalità di Einstein.

Abbiamo fatto un passo avanti verso tale esperimento ideale utilizzando lo schema modificato mostrato nella Figura 15.

In tale schema[13], ciascun polarizzatore (a canale singolo) è sostituito da una configurazione che comprende un dispositivo di commutazione seguito da due polarizzatori in due orientamenti diversi: **a** e **a'** sul lato I, **b** e **b'** sul lato II.

L'interruttore ottico C_1 è in grado di reindirizzare rapidamente la luce incidente sia al polarizzatore con orientamento \mathbf{a} , sia al polarizzatore con orientamento \mathbf{a}' . Questa configurazione è quindi equivalente a un polarizzatore variabile commutato tra i due orientamenti \mathbf{a} e \mathbf{a}' . Una configurazione simile è implementata sull'altro lato ed è equivalente a un polarizzatore commutato tra i due orientamenti \mathbf{b} e \mathbf{b}' . Nel nostro esperimento, la distanza L tra i due interruttori era di 13 m e $\frac{L}{c}$ ha un valore di 43 ns.

La commutazione della luce è stata effettuata da dispositivi costruiti in proprio, basati sull'interazione acustico-ottica della luce con un'onda stazionaria ultrasonica nell'acqua. L'angolo di incidenza (angolo di Bragg) e la potenza acustica sono stati regolati per una commutazione completa tra lo 0-esimo e il 1° ordine di diffrazione. La funzione di commutazione era quindi della forma $\sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cos\Omega_a t\right)$, con la frequenza acustica $\frac{\Omega_a}{2\pi}$ dell'ordine di 25 MHz.

Il cambiamento di orientamento del polarizzatore variabile si verifica quindi dopo intervalli disuguali di 6,7 ns e 13,3 ns. Poiché questi intervalli, nonché il ritardo tra le emissioni dei due fotoni di una coppia (valore medio di $\tau_r = 5$ ns), erano piccoli rispetto a $\frac{L}{c}$ (43 ns), un evento di rilevamento da un lato e il corrispondente cambiamento di orientamento dall'altro lato, erano separati da un *intervallo di tipo spazio*. La prima condizione temporale è stata chiaramente soddisfatta. La seconda condizione temporale è stata quasi soddisfatta, tranne per il fatto che la commutazione non è stata veramente casuale, ma piuttosto quasi periodica (discuteremo questo punto in seguito).

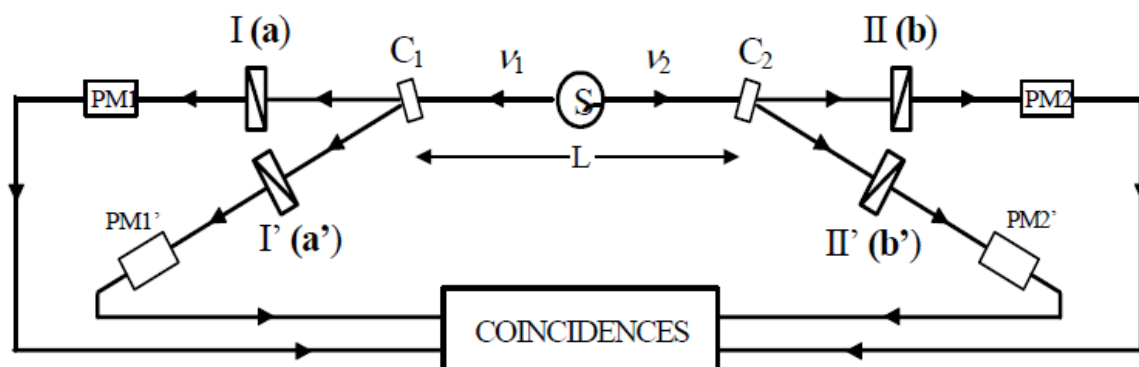


Fig. 15 - esperimento con controllo temporale attraverso interruttori ottici (C_1 e C_2) -

L'interruttore C_1 , seguito dai due polarizzatori con orientamento \mathbf{a} e \mathbf{a}' è equivalente ad un singolo polarizzatore in grado di commutare le orientazioni tra \mathbf{a} e \mathbf{a}' . La commutazione avviene, orientativamente ogni 10 ns. Una configurazione analoga, pilotata in maniera indipendente, viene realizzata anche sul secondo lato. Nel nostro esperimento, la distanza L tra gli switches era sufficientemente ampia (13 m) per garantire che il tempo di trasmissione di un segnale tra i due interruttori (circa 43 ns) alla velocità della luce fosse significativamente più grande della distanza temporale media (10 ns) tra due commutazioni e del tempo medio tra la emissione di una coppia di fotoni e l'altra (5ns).

L'esperimento era tutt'altro che ideale per altri aspetti. Innanzitutto, per adattare i fasci di fotoni all'apertura degli interruttori, abbiamo dovuto ridurre le dimensioni di un fattore 3, il che ha comportato una riduzione dei tassi di coincidenza di un ordine di grandezza. Di conseguenza, per ottenere una precisione statistica significativa, la durata dell'accumulo dei dati è stata molto più lunga rispetto agli esperimenti precedenti e abbiamo dovuto affrontare problemi di deriva.

È stato quindi necessario fare la media delle varie quantità misurate. In secondo luogo, per fasci non infinitamente piccoli, la commutazione tramite gli interruttori è incompleta, perché l'angolo di incidenza non è esattamente l'angolo di Bragg per tutti i raggi. Nel nostro esperimento, il minimo dell'intensità luminosa in ogni canale era del 20%, quindi non tutti i fotoni sono stati sottoposti a commutazione forzata. In terzo luogo, in

questo esperimento abbiamo utilizzato polarizzatori a canale singolo, che ci hanno consentito di utilizzare lo stesso sistema di coincidenza quadrupla dell'esperimento statico del § 9.4.

Il nostro test delle disuguaglianze di Bell ha comportato un totale di 8000 s di raccolta dati con i 4 polarizzatori negli orientamenti della Figura 4.a. Un totale di altri 16'000 s è stato dedicato alle misurazioni con metà o tutti i polarizzatori rimossi. Per compensare gli effetti degli errori sistematici, l'accumulo di dati è stato alternato tra le varie configurazioni ogni 400 s e i dati sono stati mediati. Abbiamo infine ottenuto:

$$S'_{\text{EXP}} = 0.101 \pm 0.020 \quad (39)$$

con una violazione del limite superiore della disuguaglianza di Bell (32) pari a 5 deviazioni standard e in buon accordo con le previsioni della MQ:

$$S'_{\text{MQ}} = 0.113 \pm 0.005 \quad (40)$$

Sono state anche effettuate altre misure dei tassi di coincidenza in modo di verificare una comparazione con la previsione della MQ a diversi angoli. Come mostrato nella figura 16, i risultati hanno evidenziato un buon accordo con le previsioni quantistiche.

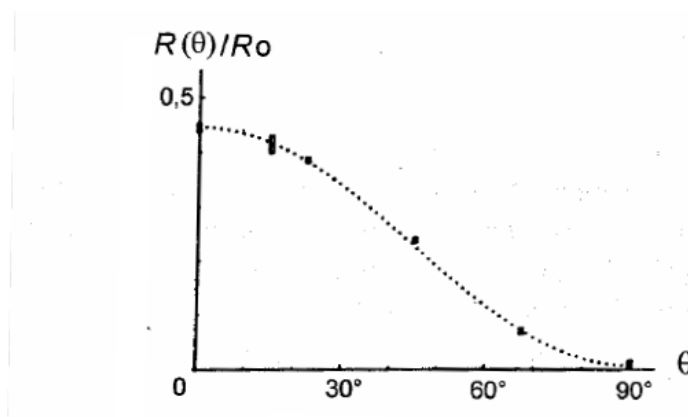


Fig. 16 - Esperimenti con temporizzazione - tassi medi di coincidenza normalizzati, in funzione delle orientazioni relative dei polarizzatori. Gli errori indicati corrispondono a ± 1 deviazioni standard. La curva tratteggiata non corrisponde al fit dei dati sperimentali ma alle previsioni della MQ per questo esperimento

In base a questi risultati, le teorie a variabili nascoste che obbediscono alla causalità di Einstein sembrano essere insostenibili.

Tuttavia, come indicato in precedenza, il nostro esperimento non era ideale, da diversi punti di vista, e sono state lasciate aperte diverse *scappatoie* per un severo sostenitore delle teorie delle variabili nascoste.

In primo luogo, poiché abbiamo utilizzato polarizzatori a canale singolo, l'esperimento è significativo solo se si accetta una versione forte dell'ipotesi di «campionamento equo».

Affrontando più specificamente l'aspetto temporale di questo esperimento, un sostenitore delle teorie delle variabili nascoste potrebbe sostenere che la commutazione non è stata completa e che solo le coppie sottoposte a commutazione forzata devono obbedire alle disuguaglianze di Bell. Ma poiché queste coppie rappresentano una grande frazione del numero totale, è difficile credere che non avremmo osservato una discrepanza significativa tra i nostri risultati e le previsioni della meccanica quantistica.

Il punto più importante da discutere è il fatto che i commutatori di direzione non erano veramente casuali, poiché i dispositivi acustico-ottici erano azionati da generatori periodici. Si noti tuttavia che i due generatori sui due lati funzionavano in modo completamente non correlato, poiché erano azionati da generatori RF diversi e operanti a frequenze diverse (23,1 MHz e 24,2 MHz), con derive di frequenza non correlate.

Inoltre, un'altra caratteristica casuale è fornita dal ritardo casuale nella emissione di una coppia di fotoni (distribuzione esponenzialmente decrescente con costante di tempo di 5 ns, come mostrato nella figura 11) che sono distribuiti su un intervallo maggiore del tempo intercorrente tra due commutazioni successive.

In conclusione, questo esperimento, che fino al 1998 è stato l'unico che ha comportato cambiamenti forzati e rapidi delle impostazioni degli analizzatori, aveva abbastanza imperfezioni da lasciare aperta la possibilità di *modelli di variabili nascoste ad hoc* in grado di soddisfare la causalità di Einstein.

Tuttavia, diversi modelli che abbiamo provato sono stati eliminati dai nostri risultati sperimentali, che sono costituiti non solo dal valore misurato di S' (39), ma anche dagli spettri di ritardo temporale senza alcun incidente osservabile sul decadimento esponenziale e con aree in buon accordo con la meccanica quantistica come mostrato nella figura 15. Pensiamo che questi dati dovrebbero essere presi in considerazione da qualsiasi sostenitore delle teorie delle variabili nascoste locali che cerchi di costruire un modello compatibile con le osservazioni sperimentali.

10. Esperimenti di III generazione con coppie di fotoni prodotti tramite conversione parametrica down

Come abbiamo già notato, la cascata radiativa di calcio utilizzata nei nostri esperimenti è stata eccitata a una frequenza ottimale, oltre la quale non c'è molta possibilità di guadagno nel rapporto segnale/rumore. Poiché la durata della fase intermedia è piuttosto breve (5 ns), la situazione è molto favorevole per il conteggio delle coincidenze e non c'era molto spazio per miglioramenti con sorgenti basate su cascate radiative atomiche. [28]

Alla fine degli anni '80, due gruppi [29, 30] hanno sviluppato contemporaneamente nuove sorgenti di coppie di fotoni correlati. In queste sorgenti, una coppia di fotoni rossi viene prodotta tramite conversione parametrica verso il basso di un fotone U.V. A causa della condizione di corrispondenza di fase nel cristallo non lineare utilizzato per questo processo, c'è una forte correlazione tra le direzioni di emissione dei due fotoni di una coppia, così che, tramite selezione spaziale con due diaframmi posizionati in posizioni coniugate, si può in linea di principio essere sicuri di ottenere i due fotoni di una coppia.

Ciò è positivamente in contrasto con le cascate radiative atomiche che producono fotoni solo debolmente correlati in direzione [15]: poiché ogni fotone viene raccolto in un angolo solido Ω piccolo rispetto a 4π , la probabilità di ottenere il secondo fotone di una coppia, una volta che il primo è stato rilevato, è dell'ordine di $\Omega/4\pi$, quindi il campione di coppie rilevate è più piccolo di questo fattore rispetto al campione di coppie selezionate.

Il nuovo schema con fotoni correlati in direzione consente di eliminare questo fattore di riduzione, e ciò ha notevoli conseguenze, sia pratiche sia rispetto ai fondamenti. Dal punto di vista pratico, consente di ottenere tassi di coincidenza maggiori rispetto ai tassi di cascata simili. Nel caso più favorevole [31] il tasso di coincidenza può essere più di un ordine di grandezza maggiore rispetto ai nostri migliori esperimenti (§ 9). Inoltre, tali tassi di coincidenza elevati possono essere ottenuti con fasci di fotoni stretti (con un numero di Fresnel piccolo). Tali fasci possono essere facilmente adattati in piccoli componenti ottici, o persino in fibre ottiche, il che apre a molte nuove possibilità.

Queste nuove fonti possono produrre coppie o fotoni correlati in polarizzazione [29, 30, 31, 32] in stati analoghi a (1). Ma possono anche produrre stati entangled che esibiscono correlazioni di tipo EPR tra osservabili diverse dalla polarizzazione. Un caso interessante [33] considera coppie di fotoni in cui ogni fotone viene emesso « in due momenti diversi ».

Qui, l'osservabile significativa è il momento di emissione dei due fotoni della coppia, e quello coniugato è l'energia (lunghezza d'onda). Sono stati condotti esperimenti corrispondenti [34, 35, 36]. Si noti che questo schema, in cui la polarizzazione non è l'osservabile rilevante, è particolarmente interessante per gli esperimenti con fibre ottiche, in cui il controllo della polarizzazione può essere una questione cruciale.

Un altro schema interessante considera le direzioni di emissione come osservabili [37]: ogni fotone di una coppia entangled coinvolge due diverse direzioni di emissione, fortemente correlate a due direzioni di emissione per il secondo fotone. È stato anche condotto un esperimento di questo tipo [38].

Come sottolineato nel riferimento [37], tutti questi nuovi schemi possono essere inseriti nel quadro generale delle «interferenze di due particelle»: infatti, le probabilità delle misure congiunte sono il quadrato di una somma di

due ampiezze (ciascuna delle quali coinvolge i due fotoni), con una fase relativa che può essere controllata sperimentalmente.

Sebbene non sia stato sottolineato dagli autori del riferimento [37], lo schema EPRB originale è un esempio molto chiaro di questa situazione. Ad esempio, per lo stato di polarizzazione entangled del § 2, lo stato (1) può anche essere riscritto (vedere l'equazione 29) come la sovrapposizione di uno stato $|L, L\rangle$ in cui entrambi i fotoni hanno un'elicità sinistrorsa e uno stato $|R, R\rangle$ con due elicità destrorse.

Per ciascuno di questi due stati, l'ampiezza per poter essere rilevata in qualsiasi coppia di canali di uscita dietro i polarizzatori lineari (vedere figura 1) deve avere un valore di $\frac{1}{\sqrt{2}}$ volte un fattore di fase che dipende dall'orientamento dei polarizzatori (figura 1). L'aggiunta delle ampiezze associate a $|L, L\rangle$ e $|R, R\rangle$ porta quindi a un termine di interferenza responsabile delle variazioni sinusoidali delle probabilità congiunte (3) quando cambiano gli orientamenti [14].

Queste nuove fonti e schemi hanno portato a una serie di test delle disuguaglianze di Bell, che *hanno sempre confermato la meccanica quantistica*. Sono state trovate chiare violazioni delle disuguaglianze di Bell, nell'ipotesi che l'ipotesi del *campionamento equo* sia valida.

Tra queste, vale la pena sottolineare una violazione delle disuguaglianze di Bell di 100 deviazioni standard in soli pochi minuti [31]. Si noti anche un esperimento in cui è stata osservata una chiara violazione delle disuguaglianze di Bell con un lato dell'apparato composto da 4 chilometri di fibra ottica [35]. Più di recente, sono state osservate correlazioni EPR con fotoni che si propagano in diverse decine di chilometri di fibre di telecomunicazione commerciali [39].

Questi esperimenti di terza generazione dovrebbero infine portare a un esperimento finale in cui non ci sarebbe più alcuna scappatoia aperta. In primo luogo, la perfetta correlazione tra le direzioni di emissione offre la possibilità di chiudere la falla legata alla bassa efficienza di rilevamento [11], quando sono disponibili rivelatori di fotoni con efficienza quantica vicina all'unità. [40]

La seconda classe di miglioramenti fondamentali è correlata agli «*esperimenti di temporizzazione*» (§ 7.5 e 9.5). Idealmente [13], sono necessari polarizzatori che possono essere riorientati in modo indipendente secondo istanti casuali, con un tempo di autocorrelazione nel riorientamento $\frac{L}{c}$ inferiore alla separazione spaziale tra i polarizzatori.

Il nostro terzo esperimento (§ 9.5), che è stato il primo tentativo in questa direzione, è stato fondamentalmente limitato dalle grandi dimensioni dei fasci che trasportano i fotoni correlati: questo ci ha impedito di utilizzare dispositivi elettroottici di piccole dimensioni adatti alla commutazione casuale della polarizzazione.

Con i nuovi schemi che utilizzano fibre ottiche, diventa possibile lavorare con piccoli dispositivi elettroottici integrati. Inoltre, con l'uso di fibre ottiche, i rivelatori possono essere distanti chilometri. A tali separazioni (diversi microsecondi), le condizioni temporali diventano meno stringenti e, a questa scala temporale, diventa possibile un funzionamento attivo veramente casuale dei polarizzatori. [41] Un esperimento di questo tipo è stato completato nel gruppo di Anton Zeilinger. [42] Dal punto di vista della condizione temporale, si può dire che questo esperimento soddisfa tutti i criteri di un esperimento ideale. [43]

11. Conclusioni

Oggi abbiamo una quantità impressionante di esperimenti sensibili in cui le disuguaglianze di Bell sono state chiaramente violate. Inoltre, i risultati sono in eccellente accordo con le previsioni della meccanica quantistica, comprese tutte le caratteristiche note dell'esperimento reale.

Ciascuna delle scappatoie rimanenti è stata chiusa separatamente [40][42] e, sebbene siano auspicabili esperimenti ancora più ideali [44], è legittimo discutere le conseguenze del rifiuto delle teorie a variabili nascoste che obbediscano alla causalità di Einstein.

Si può concludere che la meccanica quantistica ha una certa non-località in sé e che questo *carattere non-locale* è giustificato dagli esperimenti. [45]

È molto importante tuttavia notare che tale non-località *ha una natura molto sottile* e, in particolare, che non può essere utilizzata per la telegrafia più veloce della luce. È davvero semplice dimostrare [46] che in uno schema in cui si cerca di utilizzare le correlazioni EPR per inviare un messaggio, è necessario inviare un'informazione complementare (sull'orientamento di un polarizzatore) tramite un canale normale, il che ovviamente non viola la causalità.

Tutto ciò è simile agli schemi di teletrasporto [47] in cui uno stato quantistico può essere teletrasportato tramite un processo non locale, a condizione che si trasmettano anche informazioni classiche tramite un canale classico.

In effetti, c'è sicuramente molto da capire sulla natura esatta della non località, tramite un'analisi attenta di tali schemi. [48]

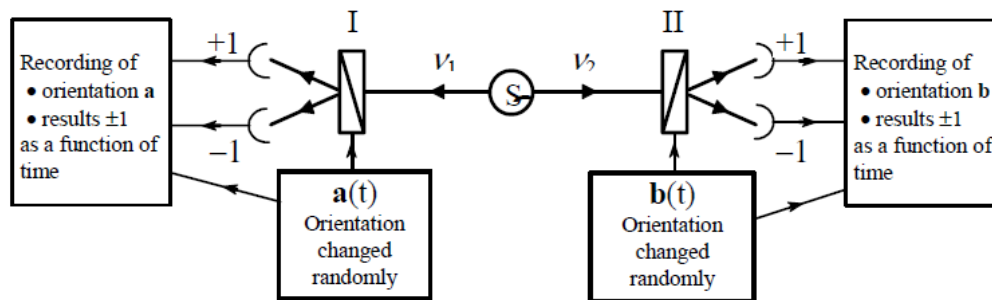


Fig.17: esperimenti ideali sulla temporizzazione - ogni polarizzatore viene riorientato in maniera casuale durante la propagazione dei fotoni tra la sorgente e il polarizzatore. Su ciascun lato vengono registrate l'orientamento del polarizzatore così come i risultati delle misure di polarizzazione in funzione del tempo. Quando un test è completato, i due *data set* dei due lati vengono uniti e si può determinare il valore del coefficiente di correlazione in funzione dell'orientamento relativo nel momento della misura.

Quando ci si rende conto che questa non località quantistica non consente di inviare informazioni utili, si potrebbe essere tentati di concludere che in effetti non c'è alcun problema reale e che tutte queste discussioni e sforzi sperimentali sono inutili.

Prima di giungere a questa conclusione, suggerirei di considerare un esperimento ideale eseguito con lo schema della figura 17. Su ogni lato dell'esperimento della figura 1, eseguito con analizzatori variabili, c'è un sistema di monitoraggio che registra gli eventi di rilevamento nei canali + o - con i loro tempi esatti.

Supponiamo anche che l'orientamento di ogni polarizzatore venga modificato in momenti casuali, e anche monitorato dal sistema del lato corrispondente. È solo quando l'esperimento è completato che i due set di dati, raccolti separatamente su ciascun lato, vengono riuniti per estrarre le correlazioni. Quindi, esaminando i dati raccolti in precedenza, che corrispondono a eventi accoppiati che erano separati come *eventi di tipo spazio* quando sono accaduti, si può vedere che in effetti la correlazione è cambiata proprio nel momento in cui è cambiato l'orientamento relativo dei polarizzatori.

Quindi, quando si assume il punto di vista di un osservatore delocalizzato, il che certamente non è contraddittorio quando si guardi al passato, si deve riconoscere che c'è un comportamento di tipo non locale nelle correlazioni EPR. L'*entanglement* è sicuramente una caratteristica che va oltre qualsiasi descrizione dello spazio-tempo alla Einstein: una coppia di fotoni entangled deve essere considerata un singolo oggetto globale, che non possiamo considerare come composto da oggetti individuali separati nello spazio-tempo con proprietà ben definite.

Per molti anni, ho citato lo schema della Figura 17 come un *GedankenExperiment* utile ai fini della discussione. Oggigiorno, siamo fortunati che questo esperimento sia stato fatto nel mondo reale: l'esperimento di Zeilinger e Weihs [42], abbozzato nella Figura 18, segue esattamente [43] lo schema della Figura 17.

Ancora una volta, il problema EPR è passato dalle discussioni sui fondamenti che riguardano il Gedanken-Experiment agli esperimenti reali.

Dobbiamo essere grati a John Bell per averci mostrato che le domande filosofiche sulla natura della realtà potevano essere tradotte in un problema per i fisici, dove gli sperimentatori ingenui possono dare il loro contributo.

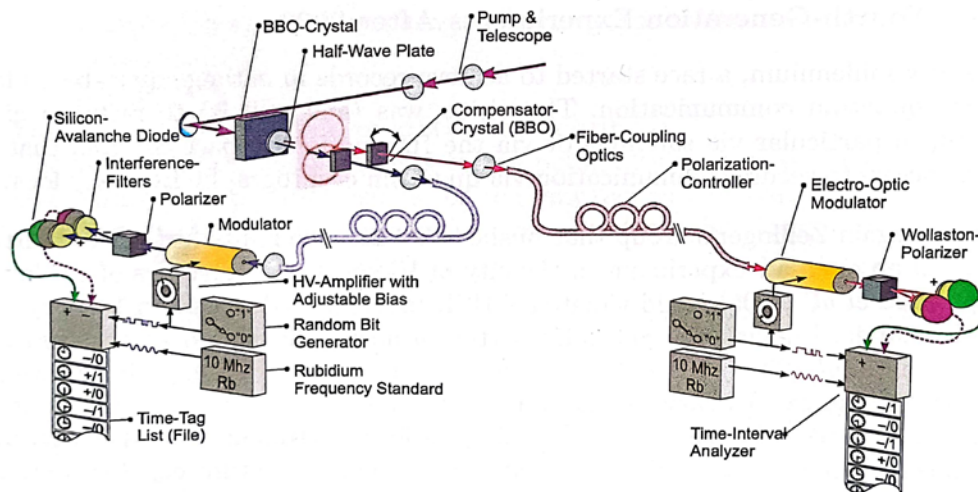


Fig. 18. L'esperimento di timing di Wehner e altri - Questo esperimento segue strettamente le idee dello schema di Fig. 17 e quindi i due estremi dell'esperimento sono totalmente indipendenti. Solo dopo il completamento di uno step i dati dei due estremi vengono comparati per determinare il coefficiente di correlazione. Si noti inoltre che l'orientamento dei polarizzatori viene cambiato in modalità casuale durante la propagazione dei fotoni dalla sorgente al polarizzatore.

12. Note bibliografiche

- 1 J. S. Bell, *On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox*, *Physics* **1**, 195 (1964).
- 2 A. Aspect, *Experimental tests of Bell's inequalities in atomic physics*, in *Atomic Physics 8*, Proceedings of the Eighth International Conference on Atomic Physics, edited by I. Lindgren, A. Rosen and S. Svanberg (1982)
- 3 A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, Can Quantum-Mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Review* **47**, 777 (1935). See also Bohr's answer : N. Bohr, Can Quantum-Mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Review* **48**, 696 (1935).
- 4 D. Bohm, *Quantum Theory*, Prentice-Hall, Englewoods Cliffs (1951). Republished by Dover (1989).
- 5 D. Bohm and Y. Aharonov, Discussion of Experimental Proof for the Paradox of Einstein, Rosen and Podolsky, *Phys. Rev.* **108**, 1070 (1957).
- 6 A. *Einstein philosopher scientist*, P.A. Schilp ed. (Open court and Cambridge university press, 1949)
- 7 *Correspondance* between A. Einstein and M. Born (french translation : Seuil, Paris, 1972).
- 8 J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony and R.A. Holt, *Proposed experiment to test local hidden-variable theories*, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880 (1969).
- 9 B. d'Espagnat, Use of inequalities for the experimental test of a general conception of the foundation of microphysics, *Phys. Rev.* **D11**, 1424 (1975). L. Hardy, *Quantum Mechanics, Local Realistic Theories, and Lorentz-Invariant Realistic Theories*, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2981 (1992).
- 10 J.S. Bell, *Introduction to the Hidden-Variable Question*, in : « Foundations of Quantum Mechanics », B. d'Espagnat ed., Academic, N.Y. (1972).
- 11 J. F. Clauser and M. A. Horne, *Experimental consequences of objective local theories*, *Phys. Rev.* **D10**, 526 (1974).
- 12 This conclusion is not shared by all authors. For instance, it has been argued that the stochastic theories of Bell¹⁰ or of Clauser and Horne¹¹ achieve no further generality, since they can be mimicked by a deterministic theory : A. Fine, *Hidden Variables, Joint Probability, and the Bell Inequalities*, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 291 (1982)
- 13 A. Aspect, *Proposed Experiment to Test Separable Hidden-Variable Theories*, *Phys. Lett.* **54A**, 117 (1975). A. Aspect, *Proposed Experiment to test the nonseparability of Quantum Mechanics*, *Phys. Rev.* **D14**, 1944 (1976).
- 14 A. Aspect, *Trois tests expérimentaux des inégalités de Bell par mesure de corrélation de polarisation de photons*, thèse d'Etat, Orsay (1983).
- 15 E.S. Fry, *Two-Photon Correlations in Atomic Transitions*, *Phys. Rev.* **A8**, 1219 (1973).
- 16 J.F. Clauser and A. Shimony, *Bell's Theorem : Experimental Tests and Implications*, *Rep. Progr. Phys.* **41**, 1881 (1978).
- 17 S.J. Freedman and J.F. Clauser, *Experimental test of local hidden-variable theories*, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 938 (1972).
- 18 F.M. Pipkin, *Atomic Physics Tests of the Basics Concepts in Quantum Mechanics*, in : « Advances in Atomic and Molecular Physics », D.R. Bates and B. Bederson, ed., Academic (1978).
- 19 J.F. Clauser, *Experimental Investigation of a Polarization Correlation Anomaly*, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 1223 (1976).
- 20 E.S. Fry, and R.C. Thompson, *Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories*, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 465 (1976).
- 21 A. Aspect, C. Imbert, and G. Roger, *Absolute Measurement of an Atomic Cascade Rate Using a Two Photon Coincidence Technique. Application to the $4p_{21}S_0 - 4s_{4p} \ ^1P_1 - 4s_{21}S_0$ Cascade of Calcium excited by a Two Photon Absorption*, *Opt. Comm.* **34**, 46 (1980).
- 22 A. Aspect, P. Grangier and G. Roger, *Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem*, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 460 (1981).
- 23 A. Aspect, P. Grangier and G. Roger, *Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment : A New Violation of Bell's Inequalities*, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 91 (1982).
- 24 P. Grangier, *Thèse de troisième cycle*, Orsay (1982).
- 25 A. Aspect and P. Grangier, *About Resonant Scattering and Other Hypothetical Effects in the Orsay Atomic-Cascade Experiment Tests of Bell Inequalities: A Discussion and some New Experimental Data*, *Lett. Nuovo Cimento* **43**, 345 (1985).

- 26 A. Garruccio, V. A. Rapisarda, *Nuovo Cim.* **65A**, 269 (1981).
- 27 A. Aspect, J. Dalibard and G. Roger, *Experimental Test of Bell's Inequalities Using Variable Analyzers*, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1804 (1982).
- 28 Note however the work of W. Perrie, A. J. Duncan, H. J. Beyer, and H. Kleinpoppen, *Polarization Correlation of the Two Photons Emitted by Metastable Atomic Deuterium : A test of Bell's Inequality*, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1790 (1985) and **54**, 2647 (E), in which the intermediate lifetime is much shorter. Unfortunately, for other experimental reasons, the statistical significance of the results was limited as a test of Bell's inequalities. This experiment was however a remarkable « tour de force » in atomic physics.
- 29 Y. H. Shih and C. O. Alley, New type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Experiment using pairs of light quanta produced by optical parametric down conversion, *Phys. rev. Lett.* **61**, 2921 (1988).
- 30 Z.Y. Ou and L. Mandel, Violation of Bell's Inequality and Classical Probability in a Two-Photon Correlation Experiment, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 50 (1988).
- 31 P.G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *New High-Intensity Source of Polarization-Entangled Photon-Pairs*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4337 (1995). Note that the reported violation of Bell's inequalities by 100 standard deviations relies on a stronger version of the « fair sampling hypothesis » than our second experiment (Section 9.4), since this experiment uses one channel polarizers and not two channel polarizers.
- 32 T.E. Kiess, Y.H. Shih, A.V. Sergienko, and C.O. Alley, Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Experiment Using Pairs of Light Quanta Produced by Type-II Parametric Down-Conversion, **71**, 3893 (1993).
- 33 J.D. Franson, *Bell Inequality for Position and Time*, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2205 (1989).
- 34 J. Brendel, E. Mohler, and W. Martienssen, *Experimental Test of Bell's Inequality for Energy and Time*, *Europhys. Lett.* **20**, 575.
- 35 P.R. Tapster, J.G. Rarity, and P. C. M. Owens, *Violation of Bell's Inequality over 4 km of Optical Fiber*, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1923 (1994).
- 36 W. Tittel, J. Brendel, T. Herzog, H. Zbinden and N. Gisin, *Non-local two-photon correlations using interferometers physically separated by 35 meters*, *Europhys., Lett.* **40**, 595 (1997).
- 37 M.A. Horne, A. Shimony, A. Zeilinger, *Two-Particle Interferometry*, *Phys. rev. Lett.* **62**, 2209 (1989).
- 38 J.G. Rarity and P.R. Tapster, Experimental Violation of Bell's Inequality Based on Phase and Momentum, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2495 (1990).
- 39 W. Tittel, J. Brendel, H. Zbinden, and N. Gisin: *Violation of Bell inequalities by photons more than 10 km apart*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3563 (1998).
- 40 Note that a recent experiment bearing on two entangled ions has achieved large enough detection efficiencies to observe a violation of Bell's inequalities without any supplementary hypothesis on the detectors : M. A. Rowe, D. Kielpinsky, V. Meyer, C. A. Sackett, W. M. Itano, and D. J. Wineland: *Experimental violation of a Bell's inequality with efficient detection*, *Nature* **409**, 791 (2001) Note however that the two ions in the same trap are very close to each other, so that the detection events are not space like separated and it seems difficult to fulfill the timing conditions in experiments following this scheme.
- 41 The interest of an active rather than a passive switching of the polarizers is questioned in : N. Gisin, and H. Zbinden : *Bell inequality and the local hidden variable : active versus passive switches*, *Phys. Lett.* **A264**, 103 (1999).
- 42 G. Weihs, T. Jennewein, C. Simon, H. Weinfurter, and A. Zeilinger: *Violation of Bell's inequality under strict Einstein locality condition*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5039 (1998).
- 43 A. Aspect: Bell's inequality test: more ideal than ever, *Nature* **398**, 189 (1999)
- 44 For a scheme that could be ideal, using entangled atoms, see the presentation of Ed Fry
- 45 J.S. Bell, Atomic cascade Photons and Quantum-Mechanical Nonlocality, *Comments on Atom. Mol.Phys.* **9**, 121 (1981).
- 46 A. Aspect, Expériences basées sur les inégalités de Bell, *J. Physique Colloque* **C2**, 940 (1981)
- 47 C. H. Bennet, G. Brassard, C. Crépeau, R. Josza, A. Peres, and W. K. Wootters, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895 (1993). D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Experimental quantum teleportation*, *Nature* **390**, 575 (1997). D. Boschi, S. Branca, F. De Martini, L. Hardy, and S. Popescu, *Experimental Realization of Teleporting an unknown pure Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels*, submitted to *Phys. Rev. Lett.* (1997). A. Furusawa, J. L. Sorensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, E. S. Polzik : *Unconditional*

quantum teleportation, Science **282**, 706 (1998).

48 S. Popescu, Bell's inequalities versus teleportation: what is non-locality? Phys. Rev. Lett. **72**, 797 (1994).